

APPUNTI DEL CORSO DI INTRODUZIONE ALL'ASTROFISICA

Giuseppe Lodato

3 maggio 2019

Parte I

Buchi Neri in Astrofisica

Concetti di base e aspetti matematici

Indice

1.1	Quantità fondamentali che descrivono un buco nero	5
1.2	Moto attorno ad un buco nero	8
1.3	I buchi neri come fonte di energia	11

1.1 Quantità fondamentali che descrivono un buco nero

Come è noto, i buchi neri sono una diretta conseguenza della teoria della relatività generale di Einstein. In realtà, essi furono predetti diversi anni prima, quando Laplace ipotizzò l'esistenza di oggetti talmente compatti che la velocità di fuga dalla loro superficie fosse uguale alla velocità della luce. Per tali oggetti, quindi, la luce stessa non poteva essere emessa. L'argomentazione di Laplace si può scrivere facilmente in termini matematici ed in effetti porta ad un risultato corretto anche dal punto di vista relativistico. La velocità di fuga da un corpo di massa M e raggio R infatti è data da:

$$v_{\text{esc}}^2 = \frac{2GM}{R}, \quad (1.1)$$

dove G è la costante di gravitazione universale. Imponendo che $v_{\text{esc}} = c$ si ottiene quindi il raggio R_s al di sotto del quale la luce resta "intrappolata" nell'oggetto compatto:

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} = 3 \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \text{ km}, \quad (1.2)$$

che in effetti è la corretta definizione di "raggio di Schwarzschild" in relatività generale. Nell'ultima uguaglianza abbiamo riscritto il risultato riferendoci alla massa del Sole, per cui il raggio di Schwarzschild vale 3 km.

In effetti, i buchi neri sono la soluzione più semplice a simmetria sferica delle equazioni di Einstein. In linea di principio, i buchi neri sono totalmente caratterizzati da tre quantità: la loro massa M , il loro spin \mathbf{S} e la loro carica Q . In Astrofisica, ci aspettiamo che i buchi neri sia globalmente neutri e quindi restiamo con solo due parametri a caratterizzarli: massa e spin.

1.1.1 Buchi neri non rotanti (di Schwarzschild)

La metrica di Schwarzschild, che descrive lo spazio tempo attorno ad un buco nero, è data dalla seguente espressione:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (1.3)$$

dove (r, θ, ϕ) sono le coordinate sferiche. Si vede subito che tale metrica possiede due singolarità: una reale a $r = 0$ ed una a $r = R_s$, che si può dimostrare essere una singolarità delle coordinate e non della metrica. Tale singolarità è conosciuta come “orizzonte degli eventi”, e definisce il raggio di un buco nero non ruotante.

È chiaro che i buchi neri non ruotanti sono perfettamente definiti da un unico parametro: la loro massa. La distribuzione delle masse dei buchi neri nell’Universo è bimodale:

- *Buchi neri di massa stellare*: con massa compresa tra $5M_\odot < M < 15M_\odot$ (sebbene le recenti misure di radiazione gravitazionale da merger di buchi neri di massa stellare sembra fare aumentare il range almeno fino a $30M_\odot$ (vedi oltre). Tali buchi neri son forse quelli più conosciuti a livello popolare, e rappresentano la fase finale della vita di una stella massiccia.
- *Buchi neri supermassicci (SMBH)*: tali oggetti si trovano tipicamente nei nuclei delle galassie e hanno massa molto maggiore di quelli di massa stellare. Il loro intervallo di massa è $5 < \log(M/M_\odot) < 9$. La loro origine è ad oggi incerta, ma è probabile che avvenga su tempi scala cosmologici, in concomitanza con la formazione e crescita delle galassie stesse di cui son ospiti. Nel nucleo della nostra Galassia (la Via Lattea) si trova un buco nero supermassiccio, chiamato Sgr A*, con una massa di $M \approx 4 \cdot 10^6 M_\odot$. Il moto delle stelle attorno a questo oggetto ha permesso di ottenere una determinazione precisa della sua massa e si tratta ad oggi di una delle evidenze più convincenti dell’esistenza di buchi neri.

In Fig. 1.1 mostro le distribuzioni di massa per le due categorie di buchi neri descritte sopra.

1.1.2 Buchi neri rotanti

Se il buco nero possiede momento angolare, la metrica viene modificata rispetto a quella di Schwarzschild. In questo caso la soluzione viene chiamata “metrica di Kerr” ed ha una espressione più complicata che non vale la pena di discutere approfonditamente qui. Lo spin del buco nero viene in genere parametrizzato con un parametro adimensionale di spin, spesso indicato con a e definito nel modo

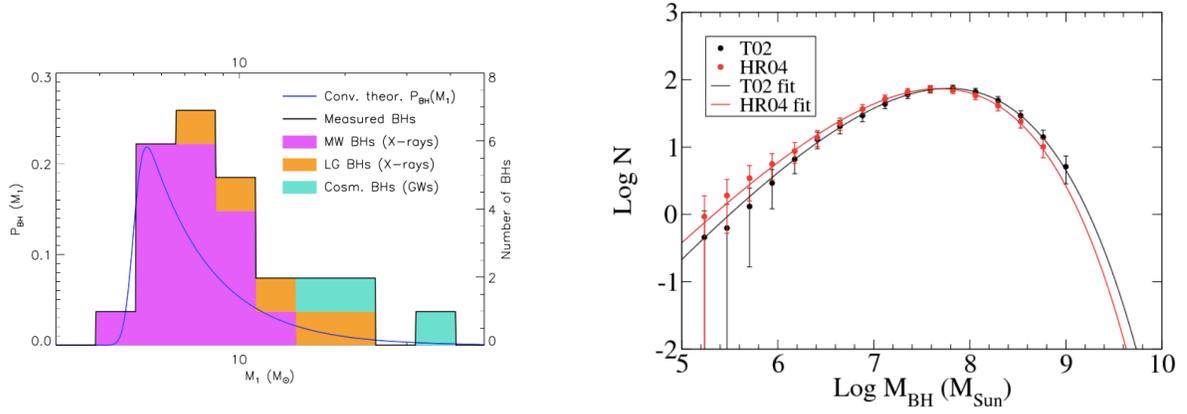


Figura 1.1: Sinistra: distribuzione di massa dei buchi neri di massa stellare. Destra: distribuzione di massa dei SMBH.

seguinte:

$$\mathbf{S} = a \frac{GM^2}{c} \mathbf{s}, \quad (1.4)$$

dove \mathbf{s} è un versore che indica la direzione di rotazione del buco nero, mentre si ha che $0 < a < 1$.

I buchi neri di Kerr hanno due orizzonti degli eventi, che si trovano a:

$$r_{\pm} = \frac{GM}{c^2} \left(1 \pm \sqrt{1 - a^2} \right). \quad (1.5)$$

Nel caso di buchi neri massimamente rotanti ($a = 1$), i due orizzonti coincidono in:

$$R_g = \frac{GM}{c^2} = 1.5 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \text{ km}, \quad (1.6)$$

cioè esattamente a metà del raggio di Schwarzschild. Il raggio R_g è spesso detto “raggio gravitazionale” del buco nero.

È possibile associare una frequenza tipica (e quindi un tempo scala tipico) ad un buco nero, identificandola come la frequenza di rotazione Kepleriana valutata al raggio gravitazionale:

$$\Omega_0 = \left(\frac{GM}{R_g} \right)^{1/2} = \frac{c^2}{GM} \approx 2 \times 10^5 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-1} \text{ Hz}, \quad (1.7)$$

$$T_0 = \Omega_0^{-1} = \frac{GM}{c^3} \approx 5 \times 10^{-6} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \text{ sec}. \quad (1.8)$$

La condizione che $a \leq 1$ si può facilmente interpretare anche in termini “Newtoniani”. Ci aspettiamo infatti che, per qualsiasi oggetto rotante, la velocità angolare alla superficie sia inferiore a quella Kepleriana, altrimenti la forza centrifuga bilancerebbe esattamente la forza di gravità e l’oggetto non starebbe insieme (questa condizione viene chiamata “breakup condition”). In termini di momento angolare si può quindi dire che:

$$S \leq M\Omega_0 R_g^2 = \frac{GM^2}{c}, \quad (1.9)$$

da cui la condizione che $a \leq 1$.

Misure di spin dei buchi neri sono molto più difficili delle misure di massa, anche se spesso si trova (vedi oltre) che $a \simeq 1$.

1.2 Moto attorno ad un buco nero

1.2.1 Ultima orbita stabile

Effetti di relatività generale fanno sí che il moto attorno ad un buco nero sia diverso rispetto ad un oggetto puntiforme in gravità Newtoniana. In particolare, le orbite legate non sono più delle semplici ellissi.

Definiamo la frequenza epiciclica κ come la frequenza delle piccole oscillazioni radiali, ottenute perturbando un’orbita circolare. Per un moto nel piano equatoriale attorno ad un buco nero ad una distanza R si ha:

$$\kappa^2 = \Omega^2 \left(1 - \frac{6}{r} \pm \frac{8a}{r^{3/2}} - \frac{3a^2}{r^2} \right), \quad (1.10)$$

dove Ω è la velocità angolare (in prima approssimazione uguale a quella Kepleriana, $\Omega^2 = GM/R^3$), dove da ora in poi usiamo r per indicare $r = R/R_g$, e dove i due segni indicano orbite rispettivamente prograde o retrograde rispetto allo spin del buco nero.

Si nota subito come, per alcuni valori di r , si ha che $\kappa^2 < 0$, il che indica che le orbite circolari non sono stabili (si ricordi che in meccanica Newtoniana tutte le orbite circolari attorno ad un oggetto puntiforme sono invece stabili). Per buchi neri di Schwarzschild ($a = 0$), questo avviene per $r < 6$, cioè ad una distanza:

$$R < R_{\text{ISCO}} = \frac{6GM}{c^2} = 3R_g. \quad (1.11)$$

La distanza R_{ISCO} indica il raggio di quella che viene chiamata la “innermost stable circular orbit” (orbita circolare stabile più interna), o ISCO.

Nel caso di buchi neri rotanti, la definizione di ISCO è più difficile ma si ottiene lo stesso in maniera analitica:

$$Z_1 = 1 + (1 - a^2)^{1/3} [(1 + a)^{1/3} + (1 - a)^{1/3}], \quad (1.12)$$

1.2. Moto attorno ad un buco nero

$$Z_2 = (3a^2 + Z_1)^{1/2}, \quad (1.13)$$

$$R_{\text{ISCO}} = R_g [3 + Z_2 \mp (3 - Z_1)^{1/2} (3 + Z_1 + 2Z_2)^{1/2}], \quad (1.14)$$

dove i due segni indicano di nuovo orbite prograde e retrograde rispetto al buco nero, rispettivamente. In particolare, per $a = 1$ si ha $R_{\text{ISCO}} = R_g$ (orbite prograde) e $R_{\text{ISCO}} = 9R_g$ (orbite retrograde). In Fig. 1.2, nel pannello di sinistra mostro l'andamento di R_{ISCO} in funzione di a (indicato come χ in Figura).

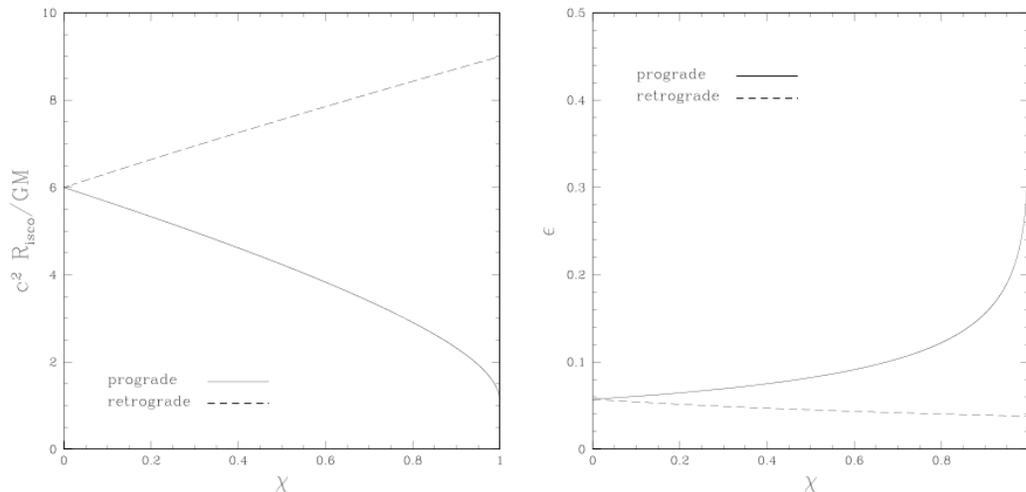


Figura 1.2: Sinistra: Andamento di R_{ISCO} in funzione di a (indicato come χ in Figura). Destra: Efficienza η (indicata con ϵ in figura) del processo di accrescimento in funzione di a .

1.2.2 Precessione apsidale

In un potenziale esattamente Kepleriano, come si può anche vedere dalla Eq. (1.10) facendo tendere $r \rightarrow \infty$, la frequenza epicyclica coincide esattamente con la velocità angolare. In questo caso, come è noto, la perturbazione di un'orbita circolare è esattamente un'orbita ellittica, in modo tale che in un periodo orbitale ci sia anche esattamente un periodo di oscillazione tra pericentro e apocentro. Se invece $\kappa \neq \Omega$, alla fine di una oscillazione radiale l'orbita non si è ancora chiusa, risultando in questo modo in una precessione della linea apsidale, che connette apocentro e pericentro dell'orbita. La frequenza di precessione apsidale è data proprio dalla differenza tra la frequenza orbitale e quella epicyclica:

$$\Omega_{\text{aps}} = \Omega - \kappa \approx \left(\frac{3}{r} \mp \frac{4a}{r^{3/2}} + \frac{3a^2}{2a^2} \right) \Omega. \quad (1.15)$$

In generale $\Omega_{\text{aps}} > 0$, il che risulta in una precessione apsidale progradata, cioè nel senso della rotazione. L'angolo di precessione percorso in un'orbita, nel caso $a = 0$, è dato da:

$$\delta\phi = \Omega_{\text{aps}}T = 2\pi\frac{3}{r} = \frac{6\pi GM}{Rc^2} = 6\pi\left(\frac{v_k}{c}\right)^2, \quad (1.16)$$

dove $v_k = \sqrt{GM/R}$ è la velocità di rotazione Kepleriana (cioè di un'orbita circolare in meccanica Newtoniana). Un esempio storicamente importante relativo alla precessione apsidale relativistica riguarda la precessione del perielio di Mercurio, che fu una delle prime prove della correttezza della relatività generale. Le orbite dei pianeti nel Sistema Solare precedono naturalmente a causa di una serie di effetti, prima di tutto a causa delle perturbazioni del campo gravitazionale causate dagli altri pianeti. Nel caso di Mercurio però, anche tenendo queste perturbazioni, restava una discrepanza residua significativa tra l'angolo di precessione teorico e quello osservato. Tale discrepanza ammontava a circa 43 secondi d'arco per secolo. Ora, Mercurio si trova ad una distanza di 0.38 au dal Sole, e quindi la sua velocità di rotazione è $v_k \approx 48$ km/sec, inoltre in un anno terrestre Mercurio compie 4.2 periodi di rotazione. Per mercurio quindi, l'angolo di precessione in un'orbita è dato da:

$$\delta\phi = 6\pi\left(\frac{v_k}{c}\right)^2 \approx 4.96 \times 10^{-7} \approx 0.1'', \quad (1.17)$$

da cui si ricava che la precessione accumulata in un secolo, cioè in circa 420 orbite, è di $\Delta\phi \approx 43''$ risolvendo quindi la discrepanza.

1.2.3 Precessione di Lense-Thirring

Attorno ad un buco nero rotante c'è un altro fenomeno che può dare luogo a precessione, ed è legato al fenomeno di "frame dragging", cioè al trascinamento dei sistemi di riferimento inerziali dato dal buco nero.

Un modo semplice di descrivere il fenomeno si ha considerando che nel limite di campo debole è possibile descrivere il moto relativistico, come un moto in uno spazio-tempo piatto, ma con delle forze aggiuntive che rappresentano una prima approssimazione degli effetti relativistici. In particolare, attorno ad un buco nero rotante l'accelerazione di un corpo di prova è data da:

$$\mathbf{a} = -\nabla\Phi + \mathbf{v} \times \boldsymbol{\Omega}_{\text{LT}}, \quad (1.18)$$

dove Φ è il potenziale gravitazionale, mentre il secondo termine è il contributo dovuto alla rotazione del buco nero. La frequenza $\boldsymbol{\Omega}_{\text{LT}}$, detta frequenza di Lense-Thirring, è data da:

$$\boldsymbol{\Omega}_{\text{LT}} = \frac{2G}{c^2 R^3} \left[\mathbf{S} - \frac{3(\mathbf{S} \cdot \mathbf{R})\mathbf{R}}{R^2} \right]. \quad (1.19)$$

Si noti la assoluta analogia tra la (1.18) e l'espressione del moto di una particella carica in un campo magnetico:

$$m\mathbf{a} = q\nabla\Phi_e + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (1.20)$$

dove la frequenza di Lense-Thirring è analoga alla frequenza di ciclotrone. L'analogia è ancora più stretta se si nota che l'espressione per Ω_{LT} è analoga all'espressione per il campo magnetico generato da un dipolo magnetico, con lo spin \mathbf{S} al posto del momento di dipolo magnetico. Quindi, esattamente come, in presenza di un campo magnetico, un momento magnetico precede (precessione di Larmor), così, nel campo di un buco nero rotante un giroscopio precede alla frequenza di Lense-Thirring. In particolare, nel piano equatoriale, la frequenza di precessione è data da

$$\Omega_{\text{LT}} = \frac{2GS}{c^2 R^3}. \quad (1.21)$$

La formula qui sopra è l'approssimazione più bassa di campo debole. È anche possibile scrivere l'espressione all'ordine successivo, che risulta essere

$$\Omega_{\text{LT}} \approx \frac{2GS}{c^2 R^3} \left[1 \mp \frac{3}{4} a \left(\frac{R_g}{R} \right)^{1/2} \right]. \quad (1.22)$$

1.3 I buchi neri come fonte di energia

La caduta su un buco nero può generare grandi quantità di energia. Consideriamo un oggetto che cada su un buco nero seguendo una serie di orbite circolari sempre più strette. L'energia specifica di un'orbita circolare è:

$$\epsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{R} = -\frac{GM}{2R}. \quad (1.23)$$

L'energia rilasciata per spostarsi da $R = \infty$ fino ad un raggio minimo $R = R_{\text{min}}$ è:

$$\Delta\epsilon = \epsilon(\infty) - \epsilon(R_{\text{min}}) = \frac{GM}{2R_{\text{min}}}. \quad (1.24)$$

Il raggio minimo sarà in generale dato dal raggio dell'ultima orbita stabile $R_{\text{ISCO}} = \xi R_g$, dove il parametro ξ , come abbiamo visto, dipende dallo spin del buco nero e vale in particolare $\xi = 1$ per un buco nero di Kerr e $\xi = 6$ per uno di Schwarzschild. Se un buco nero accresce materia ad un tasso \dot{M} , la sua luminosità (o per essere precisi, la luminosità del materiale che vi cade sopra, prima di superare l'orizzonte degli eventi) sarà:

$$L = \frac{GM\dot{M}}{2R_{\text{ISCO}}} = \frac{1}{2\xi} \dot{M}c^2 = \eta \dot{M}c^2, \quad (1.25)$$

dove $\eta = 1/2\xi$ è un fattore che determina l'efficienza del processo di accrescimento di materia come sorgente di energia. In effetti ciò che abbiamo fatto è stato “consumare” della materia ad un tasso \dot{M} e ricavare energia ad un tasso pari ad η volte l'energia a riposo della materia consumata. L'efficienza dell'accrescimento dipende dal valore dello spin del buco nero e può andare da un minimo del 5% per buchi neri massimamente rotanti retrogradi, a circa l'8% per buchi neri di Schwarzschild, fino addirittura al 50% per buchi neri massimamente rotanti progradati. In realtà il calcolo appena fatto è approssimato perchè è stato ottenuto a partire dalla meccanica Newtoniana. Il risultato esatto relativistico viene mostrato nel pannello di destra della figura 1.2. Per contrasto, si noti che il processo di fusione nucleare che sta alla base del funzionamento delle stelle ha una efficienza solo dello 0.7%, e può quindi essere fino a quasi cento volte meno efficiente dell'accrescimento su buchi neri, che senza dubbio è il processo di produzione energetica più efficiente noto in natura.

Da notare anche che, se il tasso di accrescimento su un buco nero è \dot{M} , il tasso con cui il buco nero aumenta la sua massa è $\dot{M}_{\text{BH}} = (1 - \eta)\dot{M}$, poichè una frazione η della massa viene convertita in energia e radiata via.

1.3.1 Il limite di Eddington

Da quanto detto nel paragrafo precedente si può pensare che basta fornire tassi di accrescimento adeguati e un buco nero può avere una luminosità arbitrariamente alta. Ciò non è vero. Infatti, per luminosità molto alte la pressione di radiazione si oppone alla forza di gravità e può impedire il processo di accrescimento.

Consideriamo il caso di un buco nero che accresca in simmetria sferica in condizioni stazionarie, producendo una luminosità L . La pressione di radiazione a distanza r è data da:

$$P_{\text{rad}} = \frac{L}{4\pi r^2 c}. \quad (1.26)$$

Tipicamente, il gas che accresce nelle vicinanze di un buco nero è molto caldo ed è totalmente ionizzato. Si tratta quindi di un plasma di elettroni e protoni. La radiazione interagisce con la materia principalmente tramite scattering Thomson sugli elettroni, con una sezione d'urto pari a $\sigma_{\text{T}} = 8\pi/3(e^2/m_e c^2)^2$, dove e e m_e sono la carica e massa dell'elettrone, rispettivamente. Lo scattering Thomson sui protoni è soppresso a causa della massa più grande dei protoni rispetto agli elettroni. È importante notare che elettroni e protoni nel plasma non possono essere separati, rendendo il plasma non neutro, perchè questo genererebbe un campo elettrico che tende a ristabilire la neutralità. La forza complessiva in direzione radiale su una coppia elettrone-protoni sarà quindi data da:

$$F = -\frac{GMm_p}{r^2} + \frac{L\sigma_{\text{T}}}{4\pi r^2 c}, \quad (1.27)$$

dove m_p è la massa del protone. Se $F > 0$ la forza sarà diretta verso l'esterno e l'accrescimento si interrompe. Questo avviene se:

$$L > L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi G m_p c M}{\sigma_T} \approx 1.26 \times 10^{38} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \text{ erg/sec} \approx 3.2 \times 10^4 L_\odot \left(\frac{M}{M_\odot} \right). \quad (1.28)$$

La luminosità limite L_{Edd} viene detta luminosità di Eddington. È opportuno notare che la luminosità di Eddington può essere superata in casi in cui l'accrescimento sia non stazionario, oppure, in misura minore, se venga meno la simmetria sferica.

È possibile anche definire un tasso di accrescimento di Eddington a partire dalla relazione che lega luminosità e tasso di accrescimento per un buco nero: $L = \eta \dot{M} c^2$:

$$\dot{M}_{\text{Edd}} \frac{1}{\eta} \frac{4\pi G m_p}{\sigma_T c} M = \frac{1}{\eta} \frac{M}{t_{\text{Edd}}}, \quad (1.29)$$

dove il tempo scala $t_{\text{Edd}} = \sigma_T c / 4\pi G m_p$ dipende solo da costanti universali e vale 4.5×10^8 anni. Come riferimento tipico, è utile notare che il tasso di accrescimento di Eddington vale circa $10^{-7} M_\odot/\text{yr}$ per un buco nero di massa stellare e circa $10^{-1} M_\odot/\text{yr}$ per un buco nero supermassiccio.

Buchi neri supermassicci

Indice

2.1	Relazioni di scala	15
2.2	I Nuclei Galattici Attivi - AGN	20
2.3	L'argomento di Soltan	28

In questo capitolo ci occuperemo della fenomenologia relativa ai buchi neri supermassicci nei nuclei delle galassie ed in particolare al fenomeno dei Nuclei Galattici Attivi (Active Galactic Nuclei, AGN). Come già accennato, i SMBH hanno massa compresa tra 10^6 e 10^9 masse solari. Il più vicino a noi si trova nel nucleo della Via Lattea ed è Sgr A*, con una massa di $4 \times 10^6 M_\odot$. Tipicamente, i SMBH si trovano nei nuclei della gran parte delle galassie sufficientemente massicce. Nella gran parte dei casi, nell'universo locale (ed in particolare nella nostra Galassia), i buchi neri supermassicci non sono molto luminosi, indice che l'accrescimento su di essi è di gran lunga inferiore al limite di Eddington.

La nostra conoscenza di tali oggetti è stata rivoluzionata dall'avvento del telescopio spaziale Hubble, che ha permesso di studiare la distribuzione e la cinematica di stelle nei nuclei galattici con alta risoluzione spaziale. Per avere una idea della scala di lunghezza tipica a cui la presenza di un SMBH influenza significativamente il moto delle stelle della galassia possiamo confrontare il potenziale gravitazionale del buco nero con l'energia cinetica media delle stelle nella galassia, che è dell'ordine del quadrato della loro dispersione di velocità σ . Il raggio di influenza del buco nero è quindi pari a:

$$r_{\text{infl}} = \frac{GM}{\sigma^2} = \frac{GM}{c^2} \frac{c^2}{\sigma^2} = R_g \left(\frac{c}{\sigma}\right)^2 \approx 5\text{pc} \left(\frac{M}{10^7 M_\odot}\right) \left(\frac{\sigma}{100\text{km/sec}}\right)^{-2}. \quad (2.1)$$

2.1 Relazioni di scala

Gli studi con HST hanno permesso di scoprire alcune relazioni che legano le proprietà dei SMBH con quelle della galassia che li ospita.

- *La relazione di Magorrian* (Magorrian et al. 1998) lega la massa dei SMBH alla massa delle stelle nel bulge (la parte sferoidale che si trova nella zona centrale della galassia): $M \approx 2 \times 10^{-3} M_{\text{bulge}}$. In modo equivalente, la relazione di Magorrian lega la massa del buco alla luminosità in banda L del bulge della galassia:

$$\log\left(\frac{M}{M_\odot}\right) = \alpha + \beta \log(L_V/10^{11} L_{\odot,V}), \quad (2.2)$$

dove i due coefficienti della correlazione valgono $\alpha = 8.95$ e $\beta = 1.11$.

- *La relazione $M - \sigma$* : scoperta indipendentemente da due gruppi (Gebhardt et al 2000, Ferrarese & Merritt 2000), mette in relazione la massa del buco nero con la dispersione di velocità nel bulge della galassia. La relazione si esprime nel seguente modo:

$$\log\left(\frac{M}{M_{\odot}}\right) = \alpha + \beta \log(\sigma/200\text{km/sec}), \quad (2.3)$$

dove i due coefficienti della correlazione valgono $\alpha = 8.12 \pm 0.08$ e $\beta = 4.24 \pm 0.41$. La relazione $M - \sigma$ è più stretta di quella di Magorrian, anche se nel corso degli anni c'è stato del dibattito su quale fosse il coefficiente β , cioè la pendenza della relazione in scala logaritmica, e cioè l'indice della legge di potenza con cui la massa dipende dalla dispersione di velocità. I dati recenti tendono a favorire una relazione del tipo $M \propto \sigma^4$.

Le due relazioni sono mostrate in Figura 2.1.

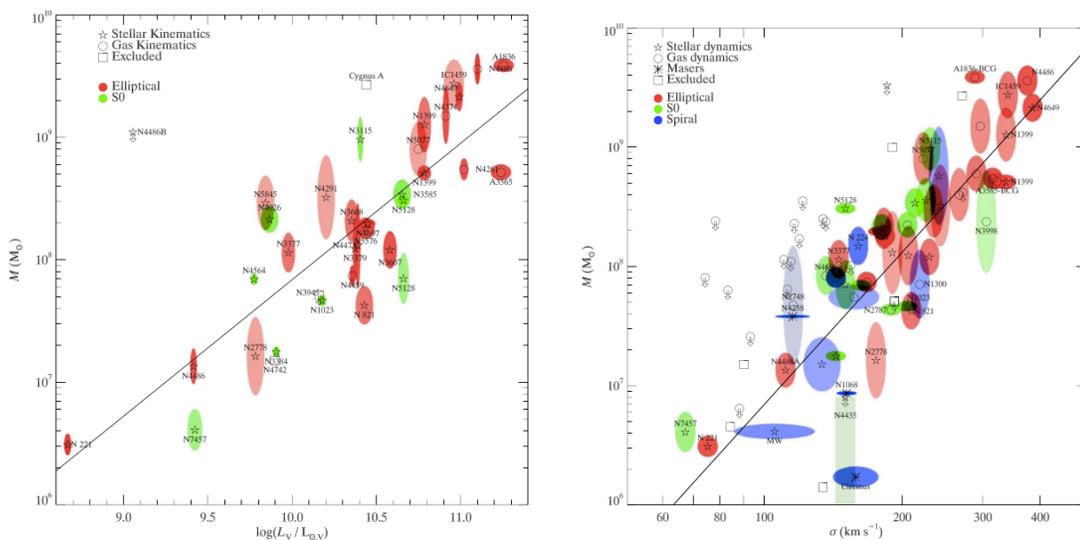


Figura 2.1: Sinistra: La relazione di Magorrian. Destra: La relazione $M - \sigma$. Da Gültekin et al (2006).

Quale è l'origine di tale correlazione e cosa ci dice sull'evoluzione dei buchi neri e delle loro galassie ospiti? L'esistenza stessa della correlazione non è scontata, se si considera che le dimensioni del bulge di una galassia sono tipicamente di 1 kpc, cioè un fattore mille circa più grande del raggio di influenza r_{inf} , calcolato prima, entro cui il potenziale del buco nero può influenzare la dinamica delle stelle nella galassia. Come fa quindi il buco nero a conoscere le proprietà a grande scala della galassia, e viceversa? L'esistenza della correlazione ci dice quindi che in qualche

maniera la galassia ospite e il suo SMBH si parlano, e la loro evoluzione avviene insieme. Questa comunicazione tra SMBH e galassia viene genericamente chiamata “BH feedback”. I modelli di feedback sono tantissimi e vengono attivamente discussi nella letteratura astrofisica contemporanea. In questo corso, mostreremo un possibile modello di feedback, in grado di spiegare la correlazione esistente, in particolare la $M - \sigma$. Tale modello si basa su un feedback determinato dal cosiddetto “momentum driven outflow” (outflow dominato dalla quantità di moto).

Partiamo dalla domanda: come fanno i SMBH a raggiungere le masse che hanno? Chiaramente non si può pensare che la loro massa sia legata alla massa delle stelle, in un quadro dove essi hanno origine come gli stadi finali della vita di una stella massiccia, per il semplice motivo che le stelle non raggiungono mai masse alte quanto i SMBH. Di sicuro le enormi masse dei SMBH deve quindi essere accumulata tramite accrescimento di gas dal mezzo interstellare. Ora, come visto prima, l'accrescimento di gas tipicamente è associato anche ad una emissione luminosa con una certa efficienza η , $L = \eta \dot{M} c^2$, dove $\eta \approx 0.1$. Il tasso di crescita della massa del buco nero è quindi legato alla luminosità da:

$$\dot{M}_{\text{BH}} = (1 - \eta) \dot{M} = \frac{1 - \eta}{\eta} \frac{L}{c^2}. \quad (2.4)$$

Se integriamo nel tempo la relazione precedente, otteniamo che, per raggiungere una massa M , l'energia rilasciata deve essere stata:

$$E_{\text{acc}} = \frac{\eta}{1 - \eta} M c^2. \quad (2.5)$$

Possiamo confrontare E_{acc} con l'energia potenziale gravitazionale del bulge $E_{\text{grav}} \approx M_{\text{bulge}} \sigma^2$ (dal teorema del viriale), ottenendo:

$$\frac{E_{\text{acc}}}{E_{\text{grav}}} \approx \frac{\eta}{1 - \eta} \frac{M}{M_{\text{bulge}}} \left(\frac{c}{\sigma} \right)^2. \quad (2.6)$$

Ricordando che $\eta \approx 0.1$ e $M \approx 10^{-3} M_{\text{bulge}}$ (relazione di Magorrian), otteniamo che $E_{\text{acc}}/E_{\text{grav}} \approx 250(\sigma/200\text{km/sec})^{-2}$. Ciò implica che l'energia emessa per accumulare la massa del SMBH in linea di principio è più che sufficiente, se venisse assorbita tutta, da distruggere l'intero bulge della galassia.

Chiaramente non tutta l'energia emessa come radiazione dal buco nero mentre accresce viene assorbita dalla galassia. Il feedback è invece di tipo meccanico, tramite venti che sono generati dalla radiazione. Se siamo vicini al limite di Eddington, la radiazione prodotta dall'accrescimento può generare forti venti nel materiale immediatamente circostante il buco nero. Tali venti portano con sé la quantità di moto dei fotoni che li hanno prodotti. Supponiamo inoltre che tali venti interagiscano con il mezzo interstellare a grandi distanze dal buco nero cedendo la loro

quantità di moto e generando così un outflow nella galassia. Si hanno quindi le seguenti relazioni:

$$\frac{L}{c} = \dot{M}_g v_g, \quad (2.7)$$

dove a sinistra abbiamo la quantità di moto per unità di tempo immessa nella galassia mentre a destra c'è la quantità di moto ricevuta dal gas nel mezzo interstellare, dove v_g è la velocità acquistata dal gas, mentre il tasso di outflow è dato da $\dot{M}_g = 4\pi\rho R_{\text{bulge}}^2 v_g \approx M_g v_g / R_{\text{bulge}}$, dove ρ è la densità media del gas del mezzo interstellare e R_{bulge} è il raggio del bulge. Tipicamente la massa del gas è una frazione $f_g \approx 0.1$ di quella delle stelle. Definiamo inoltre la luminosità come una frazione della luminosità di Eddington, $L = f_{\text{Edd}} L_{\text{Edd}}$. Abbiamo quindi:

$$\frac{f_{\text{Edd}} L_{\text{Edd}}}{c} = f_{\text{Edd}} \frac{4\pi G m_p M}{\sigma_T} = f_g \frac{M_{\text{bulge}}}{R_{\text{bulge}}} v_g^2 \approx f_g \frac{\sigma^2}{G} v_g^2, \quad (2.8)$$

dove nell'ultimo passaggio abbiamo usato ancora il teorema del viriale. Ora, se $v_g > v_{\text{esc}} = \sqrt{2}\sigma$, il gas nel mezzo interstellare viene espulso dalla galassia e la crescita del buco nero si interrompe. Ci dobbiamo quindi aspettare che la massa del buco nero si regoli in modo tale che $v_g^2 = 2\sigma^2$. Sostituendo nella relazione precedente otteniamo così :

$$M = \frac{\sigma_T}{2\pi G^2 m_p} \left(\frac{f_g}{f_{\text{Edd}}} \right) \sigma^4, \quad (2.9)$$

ottenendo così la desiderata relazione $M - \sigma$. La cosa interessante da notare in questo modello è che praticamente non ci sono parametri liberi, visto che la relazione coinvolge solo costanti fondamentali della natura, a parte M e σ , e a parte i due fattori f : ora, la frazione di gas nel bulge della galassia è abbastanza ben determinato e vale, come detto, circa 0.1. L'unico parametro libero rimasto quanto vicino al limite di Eddington emetta il SMBH durante il periodo di accrescimento. Inserendo i numeri, otteniamo:

$$\left(\frac{M}{M_\odot} \right) = 1.1 \times 10^9 \left(\frac{\sigma}{200 \text{ km/sec}} \right)^4 \left(\frac{f_g}{f_{\text{Edd}}} \right). \quad (2.10)$$

Poiché la relazione $M - \sigma$ osservata implica che la costante di normalizzazione sia all'incirca 10^8 , e poiché $f_g \approx 0.1$, questo implica che $f_{\text{Edd}} \approx 1$. La conclusione necessaria è quindi che la gran parte della massa dei SMBH deve essere stata accumulata a tassi molto vicini al tasso limite di Eddington.

Ricordiamo che la luminosità di Eddington è $L_{\text{Edd}} \approx 1.26 \times 10^{45} (M/10^8 M_\odot)$ erg/sec, il che implica che se un SMBH emette vicino alla luminosità di Eddington la sua luminosità dovrebbe essere confrontabile se non maggiore di quella dell'intera

galassia (ricordiamo che, per esempio, la Via Lattea ha una luminosità di circa 10^{44} erg/sec).

È anche ovvio che i SMBH non possono *sempre* emettere al tasso di Eddington, perché in questo modo, nel corso di pochi miliardi di anni, raggiungerebbe masse esageratamente grandi. Ricordiamo infatti che, in questo caso, si avrebbe:

$$\frac{dM}{dt} = (1 - \eta)\dot{M}_{\text{Edd}} = \frac{1 - \eta}{\eta} \frac{M}{t_{\text{Edd}}}, \quad (2.11)$$

e la crescita della massa avviene quindi in modo esponenziale:

$$M(t) = M_0 \exp\left(\frac{1 - \eta}{\eta} \frac{t}{t_{\text{Edd}}}\right), \quad (2.12)$$

dove M_0 è la massa iniziale del buco nero (per esempio, 10 masse solari), e ricordiamo che il tempo di Eddington vale 4.5×10^8 anni. Se prendiamo $t = 13$ Gyr (cioè l'età dell'Universo), otteniamo un fattore di crescita di $\exp(29) \approx 4 \times 10^{12}$, decisamente troppo grande. Quindi, la massa del SMBH si deve accumulare in alcuni brevi episodi durante i quali l'accrescimento avviene a tassi vicini a quelli di Eddington, intervallati da periodi più lunghi di quiescenza in cui il tasso di accrescimento è di gran lunga inferiore.

In conclusione, possiamo affermare le seguenti cose:

1. Le relazioni di scala implicano che le galassie e i SMBH nei loro nuclei evolvano insieme e che quindi ci sia un meccanismo di *feedback* che permetta alle due componenti di parlare.
2. Il feedback è probabilmente legato al meccanismo di accrescimento con cui i SMBH raggiungono le loro masse enormi. Nel modello di momentum driven feedback discusso qui, questo implica che – quando avviene l'accrescimento – questo avvenga a tassi vicini a quello di Eddington.
3. Questi livelli alti di accrescimento devono verificarsi in brevi episodi (rispetto all'età dell'Universo), durante i quali i SMBH risultano “attivi” luminosi, intervallati da periodi più lunghi di quiescenza.

La domanda restante è quali evidenze ci siano per queste fasi di alta attività di accrescimento? In realtà la risposta a questa domanda era nota da moltissimo tempo, ben prima che le relazioni di scala e le idee relative al feedback venissero sviluppate. Sin dagli anni '40 del secolo scorso infatti si sapeva dell'esistenza di alcune galassie peculiari, note come AGN (Active Galactic Nuclei), che sono il tema del prossimo paragrafo.

2.2 I Nuclei Galattici Attivi - AGN

2.2.1 Classificazione degli AGN



Figura 2.2: Immagine ottica della galassia di Seyfert NGC 4151.

Come detto prima, gli AGN sono noti da molto tempo e si tratta di alcune galassie al cui interno si trova per l'appunto un nucleo caratterizzato da alta luminosità e da vari tipi di "attività". Hanno una classificazione piuttosto complessa e non è lo scopo di questi appunti esaurire tutta la complessa fenomenologia degli AGN, ma solo di fornire alcune indicazioni di base. Gli AGN si distinguono in vari tipi:

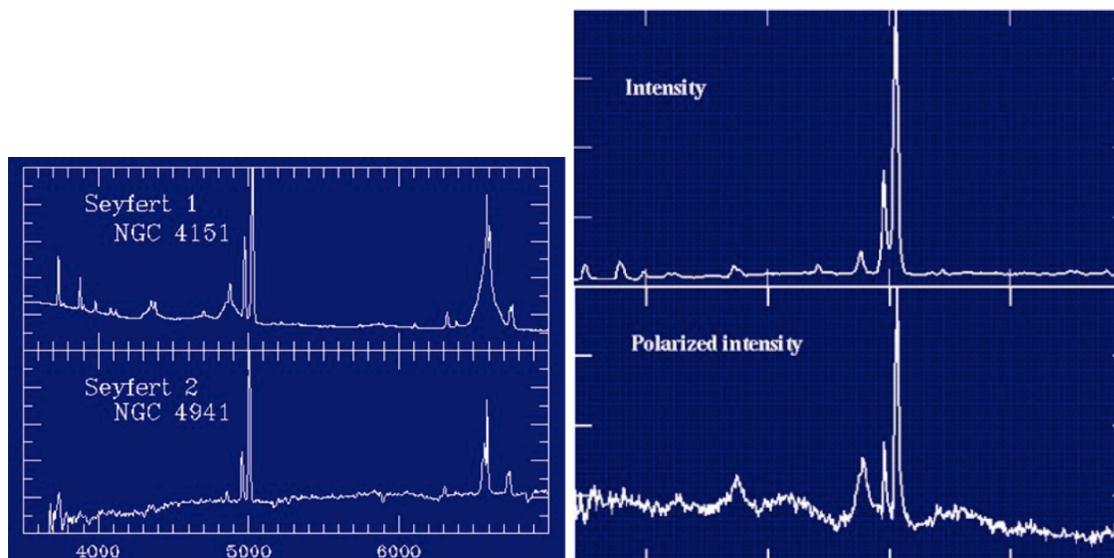


Figura 2.3: Sinistra: Spettro ottico di due galassie di Seyfert in cui le righe larghe e strette sono chiaramente visibili. In alto: la Type 1 NGC 4151, in basso: la type 2 NGC 4941. Destra: spettro della galassia di Seyfert Type 2 NGC 1068 (in alto) e la stessa galassia ma osservata in luce polarizzata (in basso).

- *Le galassie di Seyfert.* Carl Seyfert, nel 1943, analizzò le caratteristiche di un insieme di sei galassie (la cui statistica fu in seguito ingrandita di molto anche grazie al lavoro di Markarian). Le caratteristiche peculiari che contraddistinguono le galassie di Seyfert sono:
 1. Un nucleo molto luminoso, con $10^{43} < L/\text{erg}/\text{sec} < 10^{45}$. In figura 2.2 mostro una immagine ottica dell'agalassia di Seyfert NGC 4151, una delle prime classificate da Seyfert.
 2. Forti righe di emissione ottiche. In particolare, Seyfert identificò due tipi di righe: quelle “larghe” (con allargamento Doppler dell'ordine di 10^4 km/sec) e quelle “strette” (con $\Delta v \approx 10^3$ km/sec). Spesso le righe presentano insieme una componente larga ed una stretta imposte una sull'altra. La differente larghezza delle righe implica che esse vengano prodotte in zone spazialmente distinte tra loro: le due regioni vengono chiamate rispettivamente la “Broad Line Region” (BLR) e la “Narrow Line Region” (NRL). La relativa larghezza delle righe implica che il materiale che compone la BLR si trovi a distanze minori dal buco nero rispetto a quello della NRL, là dove i moti indotti dal potenziale gravitazionale risultano più intensi. Infatti tipicamente la BLR si trova ad una distanza di 0.1-1 pc dal SMBH, mentre la NRL si estende fino a 100 pc di distanza.

Le galassie di Seyfert si distinguono in due classi: Le Type 1 Seyfert e le Type 2 Seyfert. Mentre le Type 1 hanno sia righe strette che righe larghe, le Type 2 hanno solo le righe strette. In Fig. 2.3 (sinistra) mostro due tipici esempi di spettri ottici di Type 1 e Type 2 Seyfert, in cui le righe strette e larghe sono chiaramente visibili. Una caratteristica interessante è il fatto che, quando vengono osservate in luce polarizzate, le Seyfert 2 diventano Seyfert 1, cioè le righe larghe, assenti dallo spettro completo, appaiono inaspettatamente nello spettro polarizzato. Poichè la polarizzazione viene in genere introdotta da fenomeni di scattering, questa evidenza osservativa suggerisce che i due tipi di galassie siano in realtà simili, ma che nelle Seyfert 2 la BLR sia nascosta da materiale polveroso ed oscurante con una geometria non sferica, in modo tale che l'osservazione diretta nel nucleo non mostri la BLR, mentre se si osserva la radiazione proveniente dalla BLR ma diffusa a distanze maggiori, ecco che le righe larghe compaiono di nuovo.

3. *Forte emissione X*. Rispetto ad una galassia normale, le galassie di Seyfert presentano un forte eccesso di emissione a lunghezze d'onda ultravioletta e X. In Fig. 2.4 mostro uno spettro a larga banda di una tipica galassia di Seyfert, confrontata con quello di una galassia normale, in cui l'eccesso è chiaramente visibile.

Le galassie di Seyfert sono abbastanza comuni nell'Universo locale e rappresentano circa l'1% di tutte le galassie.

- *Quasar e QSO* Negli anni '50 del secolo scorso si iniziarono a fare osservazioni radio e si scoprirono diversi oggetti "curiosi". Importante a questo proposito è il famoso catalogo 3C: il terzo catalogo di Cambridge delle sorgenti radio. Queste sorgenti curiose sono in genere sorgenti ad alto redshift (tipicamente $z \approx 2 - 3$, ma quelli più distanti arrivano fino a $z \approx 7$, distanza alla quale l'età dell'Universo era appena di circa un miliardo di anni).

Inizialmente tali sorgenti erano osservati come oggetti puntiformi, di tipo "stellare" per le conoscenze dell'epoca, ma con uno spettro anomalo e forte emissione radio, da cui il nome "quasi-stellar radio sources", o "quasar". Si è poi scoperto che:

1. Non sono puntiformi, ma hanno una galassia ospite, inizialmente non vista perché troppo debole rispetto al quasar.
2. Non tutte hanno emissione radio, da cui la distinzione in "radio loud quasars" e "radio quiet QSO" (dove QSO sta per quasi stellar object).

Le radio quiet QSO sono essenzialmente la versione ad alta luminosità delle Type 1 Seyfert e hanno luminosità tra 10^{45} e 10^{47} erg/sec. Molto più rare

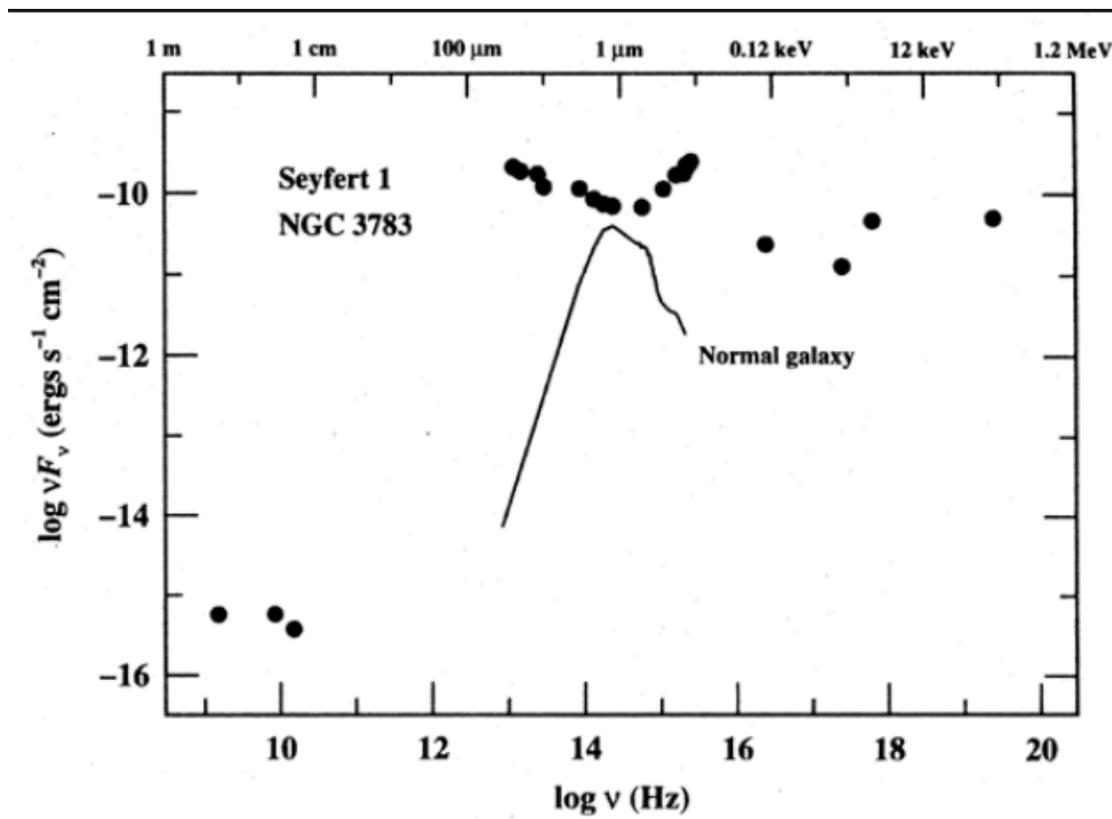


Figura 2.4: Spectral Energy Distribution (SED) di una tipica galassia di Seyfert confrontata con quella di una galassia normale.

sono invece le Type 2 quasars, cioè oggetti molto luminosi ma con un nucleo oscurato.

L'emissione radio nelle sorgenti radio loud è tipicamente attribuito ad elettroni relativistici che si muovono in un campo magnetico (emissione di sincrotrone), ed è associata alla presenza di "getti" estesi a volte ben oltre la galassia ospite.

- *Radio galaxies*: le galassie radio sono galassie apparentemente normali, ma che presentano una forte emissione radio su lobi estremamente estesi. La figura 2.5 mostra a sinistra l'immagine ottica e a destra l'immagine radio della galassia Herculis A
- *Blazar e oggetti BL Lac*: questi oggetti sono molto luminosi a praticamente tutte le lunghezze d'onda, dal radio fino ai raggi γ e mostrano uno spettro essenzialmente privo di righe spettrali. La loro emissione appare dominata dall'emissione di un getto relativistico.

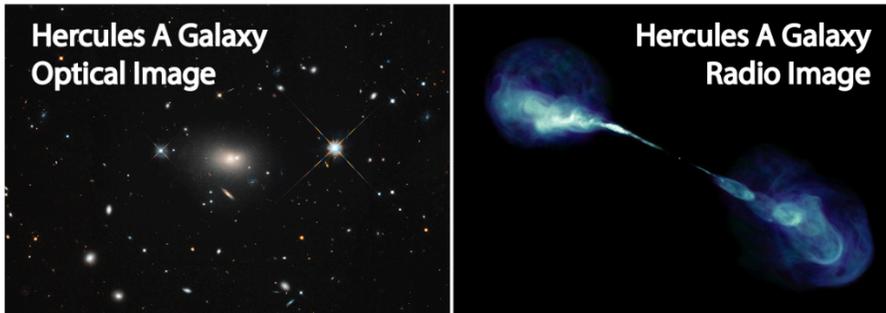


Figura 2.5: Sinistra: immagine ottica della galassia Hercules A. Destra: immagine radio della stessa galassia.

La pletera di fenomenologie degli AGN viene spesso interpretato sulla base di un “modello unificato degli AGN”, inizialmente proposto per l’unificazione dei due tipi di galassie di Seyfert. L’idea è che nel nucleo vero e proprio ci sia il cosiddetto “motore centrale”: un SMBH in accrescimento a tassi vicini a quelli di Eddington. Il SMBH è circondato da gas in moto nelle due zone BLR e NRL (una interna ed una esterna). Inoltre attorno al SMBH si trova una struttura dominata dalla polvere e con una geometria non sferica. Tale struttura era stata inizialmente identificata con una forma toroidale, ma ultimamente si pensa che sia semplicemente composta da una serie di nuvole disposte in modo non sferico e con un fattore di riempimento relativamente basso. I vari tipi di AGN si distinguono quindi in base a (1) la loro luminosità alta o bassa; (2) la presenza o meno di un getto (spesso associato, come vedremo dopo, allo spin del buco nero); (3) l’angolo di inclinazione rispetto al quale le osserviamo, secondo lo schema mostrato in Fig. 2.6.

2.2.2 Misure della massa dei SMBH negli AGN

Una prima stima approssimata della massa dei SMBH negli AGN, o meglio un limite inferiore alla massa, si può avere usando la luminosità di Eddington. Assumendo quindi che la luminosità dell’AGN sia inferiore a quella di Eddington si ottiene:

$$L_{\text{obs}} \lesssim L_{\text{Edd}} = 1.26 \times 10^{38} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right), \quad (2.13)$$

$$\left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \gtrsim \frac{L_{\text{obs}}}{1.26 \times 10^{38} \text{ergs/sec}}, \quad (2.14)$$

e poiché gli AGN hanno luminosità nel range 10^{43-47} ergs/sec, otteniamo una massa minima di $10^5 - 10^9 M_{\odot}$.

Un altro metodo è il cosiddetto “reverberation mapping” della BLR. Gli AGN sono in genere molto variabili. Si osserva che la variabilità a diverse lunghezze d’onda è correlata, ma spesso presenta un ritardo, nel senso che l’intensità delle

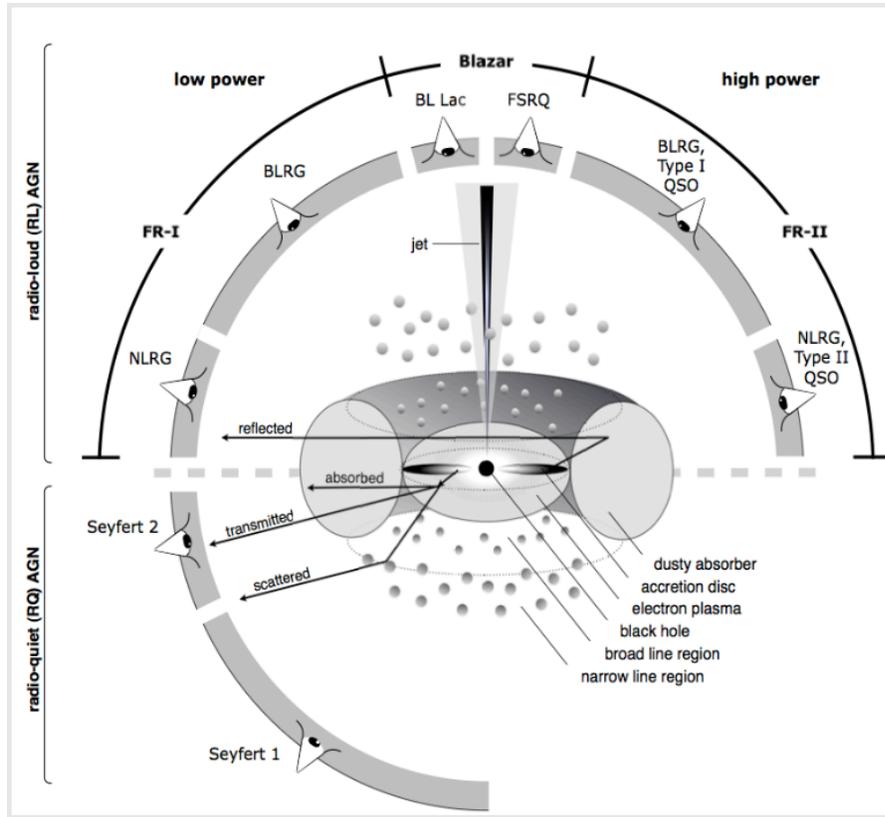


Figura 2.6: Modello unificato degli AGN.

broad lines risponde a variabilità nell'emissione continua nei raggi X con un ritardo di qualche settimana, fino a qualche mese. Questo ritardo viene interpretato come una misura del tempo necessario alla luce di percorrere la distanza tra il "motore centrale", cioè il disco di accrescimento nelle vicinanze del buco nero, che è responsabile per l'emissione continua, e la BLR, le cui righe vengono prodotte in seguito all'assorbimento del flusso proveniente dal disco. Il ritardo osservato vale quindi $\Delta t = R_{\text{BLR}}/c$. Un volta nota R_{BLR} , l'ampiezza della riga ci fornisce una misura della massa del buco nero, poiché la dispersione di velocità responsabile dell'allargamento è dovuta al moto nel campo gravitazionale del SMBH:

$$\Delta v = \frac{GM}{R_{\text{BLR}}}. \quad (2.15)$$

Il reverberation mapping è abbastanza preciso, m è limitato ai casi in cui la BLR sia visibile, e quindi agli AGN di Tipo 1.

Un altro metodo particolarmente preciso si ha quando l'AGN presenta emissione MASER, tipicamente di MASER d'acqua. In questo caso, la riga di emissione MASER, nel radio può essere misurata con grande precisione sia spaziale (tramite

interferometria) che spettrale, ed in tal modo è possibile ottenere delle vere e proprie “curve di rotazione” del gas attorno al SMBH, cioè dei grafici che mostrano la velocità orbitale in funzione della distanza. Tale grafico può quindi essere fittato, per esempio con un profilo Kepleriano, da cui si può dedurre la massa del SMBH. Un caso molto chiaro è quello della galassia NGC4258, mostrato in Fig. 2.7.

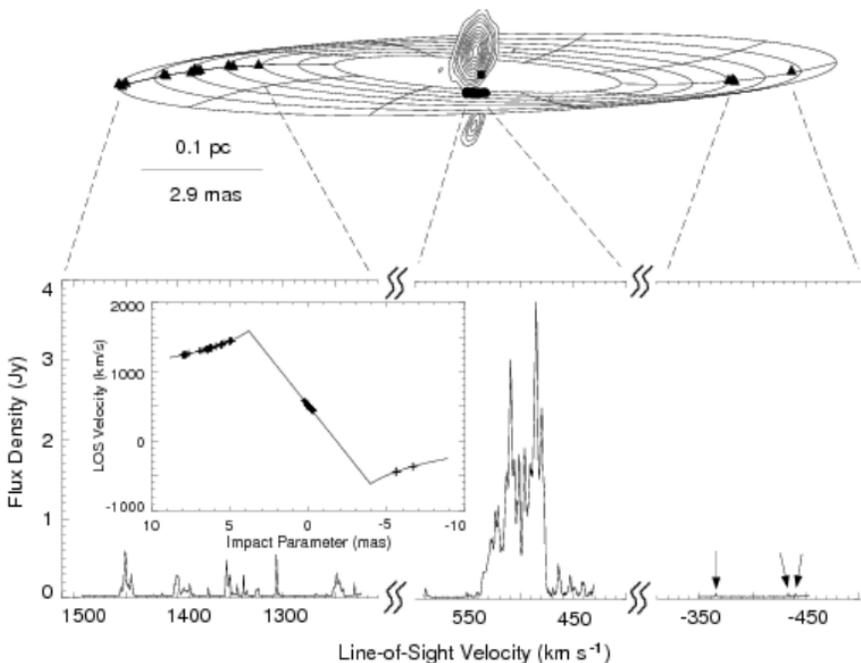


Figura 2.7: Righe maser, curva di rotazione e geometria del gas attorno al buco nero nella galassia NGC4258, ottenuto tramite l’emissione di MASER di acqua. La massa del buco nero in questo caso è di $4 \times 10^7 M_{\odot}$.

2.2.3 Emissione del “motore centrale”

Il gas vicino al SMBH è un plasma in rotazione e forma quello che viene chiamato un “disco di accrescimento”. Possiamo dare delle semplici stime su quali siano le tipiche caratteristiche della radiazione termica emessa dal disco. Supponiamo quindi che ci sia del plasma che emette una luminosità dell’ordine della luminosità di Eddington a distanze dell’ordine del raggio di Schwarzschild dal buco nero: $L = f_{\text{Edd}} L_{\text{Edd}}$ e $R_e \approx R_{\text{ISCO}} \gtrsim R_s$. Il flusso emesso, cioè la luminosità per unità di superficie, sarà quindi data da:

$$F \approx \frac{L}{\pi R^2} = 10^{18} f_{\text{Edd}} M_8^{-1} \frac{\text{erg}}{\text{sec cm}^2}, \quad (2.16)$$

dove $M_8 = M/10^8 M_{\odot}$. Se l’emissione è di corpo nero, la temperatura si può ricavare semplicemente dalla legge di Stefan-Boltzmann: $F = \sigma_{\text{SB}} T^4$, da cui otteniamo

$T \approx 10^5 \text{K} \approx 10 \text{ eV}$. L'emissione è quindi piccata nella banda dei raggi UV o soft-X ray (l'emissione del disco è spesso associata a quello che viene chiamato il “big blue bump” della SED di un AGN). Da notare che la temperatura dipende solo in modo debole dalla massa del SMBH.

A parte l'emissione termica, il disco è anche responsabile di emissione ad energia più alta. Si tratta di emissione non termica, tipicamente associata a scattering Compton inverso, e prodotta da quella che viene chiamata “corona” del disco di accrescimento, in analogia con la corona solare, cioè una zona al di sopra della superficie del disco, molto più calda delle zone centrali e che riprocesa i fotoni più bassa energia prodotti termicamente.

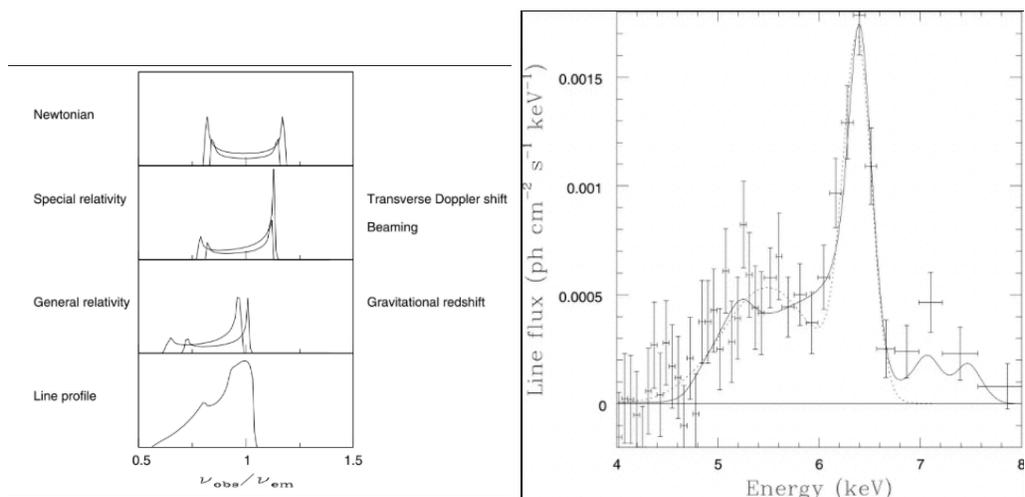


Figura 2.8: Sinistra: schema della distorsione della riga del ferro dovuta ad effetti relativistici vicino al buco nero. Destra: La riga di emissione $K\alpha$ del ferro osservata nella galassia di Seyfert NGC 4151.

2.2.4 Misure di spin del SMBH

La presenza di materiale nelle immediate vicinanze del buco nero permette di testare effetti di relatività generale ed in particolare quelli associati con lo spin del buco nero. In particolare, la relatività generale modifica la forma delle righe di emissione prodotte vicino al raggio di Schwarzschild. In assenza di effetti relativistici, una riga emessa da un disco in rotazione ha tipicamente due picchi, uno spostato verso il rosso ed uno verso il blu, indice della rotazione Kepleriana. Gli effetti relativistici hanno l'effetto di distorcere la parte rossa della riga, rendendola molto larga (vedi Fig. 2.8, sinistra). Tale modifica dipende strettamente dallo spin, in quanto, come detto, per spin alti, l'ultima orbita stabile si trova più vicina al buco nero e quindi gli effetti di distorsione delle righe sono più forti. La riga più brillante emessa dal disco nelle sue zone più interne e spesso usata per misure di spin si trova (come è

ovvio) nella banda X ed è la riga di fluorescenza $K\alpha$ del ferro, a 6.4keV (vedi Fig. 2.8).

Le misure dello spin tramite la riga del ferro non sono molto facili, perchè la riga deve essere rivelata con alto segnale/rumore, in particolare nella parte rossa dello spettro, più legata agli effetti relativistici, ma naturalmente più debole e più facilmente confondibile con il continuo. La sottrazione del continuo è in effetti una delle maggiori cause di incertezza in questo tipo di misura. Inoltre, vale la pena di ricordare che questo metodo porta naturalmente un bias a misurare spin alti, per i quali l'efficienza dell'accrescimento è maggiore e per cui è quindi più facile ottenere l'alto segnale/rumore richiesto. Tipicamente, quando queste misure vengono fatte, si ottengono valori dello spin molto alti, vicini al valore massimo di $a = 1$.

2.3 L'argomento di Soltan

Che buchi neri supermassicci fossero la causa dell'attività degli AGN era stato proposto diversi anni fa, agli inizi degli anni '70 del secolo scorso, da Lynden-Bell. L'evidenza che SMBH fossero comuni nei nuclei di quasi tutte le galassie sufficientemente grandi fu scoperto molto dopo, come detto, verso la fine degli anni '90. Negli anni '80 però, un articolo fondamentale di Soltan già sosteneva che l'esistenza degli AGN implicasse che ogni galassia avesse un SMBH nel suo nucleo, e che quindi gli AGN dovessero essere una fase chiave dell'evoluzione di ogni galassia. Questo argomento legava semplicemente il fatto che la luminosità degli AGN fosse dovuta all'accumulo di massa nel suo centro all'interno del buco nero.

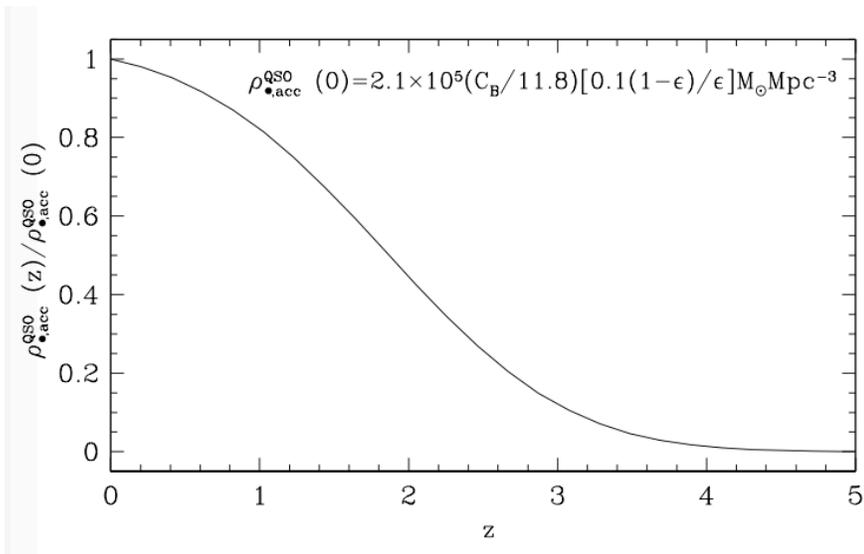


Figura 2.9: .

Ripartiamo dalla relazione che lega luminosità e tassi di accrescimento:

$$L = \eta \dot{M} c^2. \quad (2.17)$$

Definiamo la “funzione di luminosità” degli AGN come la densità di AGN ad un determinato redshift z , per unità di luminosità. La densità spaziale degli AGN con luminosità tra L e $L + dL$ a redshift z è quindi:

$$n(L, z) dL, \quad (2.18)$$

dove $n(L, z)$ è la funzione di luminosità. Ora, se noi integriamo la luminosità emessa in totale da tutti gli AGN ad un determinato tempo cosmico (parametrizzabile con il suo redshift z), ottenuta moltiplicando L per $n(L, z)$ ed integrando su L , il risultato sarà proporzionale al tasso con cui i buchi neri supermassicci crescono a quel redshift. Integrando ulteriormente nel tempo, otteniamo così una stima della densità di massa dei buchi neri. In dettaglio:

$$\rho_{\text{BH}}(z) = \int_z^\infty \frac{dt}{dz'} dz' \int_0^\infty \frac{1 - \eta}{\eta} \frac{L}{c^2} n(L, z) dL, \quad (2.19)$$

dove abbiamo trasformato l'integrale rispetto al tempo in un integrale rispetto al redshift. L'integrale è esteso da redshift infinito (l'origine dell'Universo) fino ad un dato redshift z a cui vogliamo valutare la densità dei buchi neri. Conoscendo quindi la funzione di luminosità degli AGN in funzione del redshift, e conoscendo il legame tra t e z possiamo valutare la densità attesa in buchi neri supermassicci. Un tipico risultato di tale operazione si può vedere in Figura 2.9. Ci sono due aspetti interessanti da notare in Figura: il primo è che la crescita di ρ_{BH} avviene essenzialmente tra $z = 2$ e $z = 3$, indice del fatto che il grosso della luminosità degli AGN proviene da quel range di redshift. Possiamo quindi affermare che l'“era” degli AGN è a $z = 2 - 3$. Il secondo aspetto interessante è il valore di ρ_{BH} nell'Universo locale, cioè a $z = 0$. Ricordiamo che questo è il valore atteso della densità volumetrica di buchi neri supermassicci se alla luminosità degli AGN corrisponde un aumento della massa dei SMBH. Si ottiene che $\rho_{\text{BH}}(z = 0) \approx 2 \times 10^5 (\eta/0.1)^{-1} M_\odot/\text{Mpc}^3$. Nel 1982, Soltan usò questo argomento per *prevedere* che nel nucleo di ogni galassia dovesse esserci un SMBH. Infatti, è noto che la densità numerica di galassie nell'Universo locale è di circa $n_{\text{gal}} \approx 0.1 \text{Mpc}^{-3}$, il che implica che in ogni galassia ci debba essere un SMBH con massa in media di $2 \times 10^6 M_\odot$.

Tramite gli studi condotti a partire dagli anni '90 e che hanno portato a definire le varie relazioni di scala già discusse prima, oggi noi sappiamo dal punto di vista osservativo che in effetti la densità di SMBH nell'Universo locale è davvero dell'ordine di $2 \times 10^5 M_\odot/\text{Mpc}^3$. In quest'ottica, l'argomento di Soltan essenzialmente ci dice che l'efficienza dell'accrescimento sui SMBH deve essere attorno a $\eta = 0.1$, almeno in media. Implicitamente, questo ci dice anche che lo spin dei SMBH non può essere troppo vicino a $a = 1$, perché questo porterebbe l'efficienza a valori in media molto maggiori.

Buchi neri di massa stellare

Indice

3.1	Geometria di Roche e punti Lagrangiani	31
3.2	Emissione dal disco in un XRB	34
3.3	Stati spettrali delle XRB	34
3.4	Quasi Periodic Oscillations (QPO)	36
3.5	Altre misure di spin nelle XRB	38

In questo capitolo ci occuperemo dell'altra classe di buchi neri, quelli di massa stellare, con massa dell'ordine di alcune decine di masse Solari. Esattamente come nel caso dei SMBH, per molti anni siamo stati in grado di osservare tali oggetti soltanto se circondati da quantitativi sufficienti di materia da accrescere, in modo da potere osservare la radiazione elettromagnetica prodotta tramite accrescimento. Recentemente, la scoperta delle onde gravitazionali tramite l'interferometro LIGO ha permesso di osservare tali oggetti anche in assenza di emissione elettromagnetica, come discuteremo più avanti. In questo capitolo ci concentreremo sull'emissione elettromagnetica da parte di buchi neri di massa stellare. In pratica, il gas necessario per l'accrescimento viene fornito, per tale classe di oggetti, da una stella compagna, in modo tale che buchi neri di massa stellare si osservano in sistemi binari, tipicamente noti come "binarie a raggi X" (*X-ray binaries*, o XRB, in inglese). Nelle binarie a raggi X, l'oggetto compatto in accrescimento può essere o un buco nero o una stella di neutroni. Ad oggi, sono noti una trentina di sistemi di binarie a raggi X per cui l'oggetto compatto è ritenuto essere un buco nero. Ovviamente, questo numero è una forte sottostima rispetto al numero atteso di buchi neri di massa stellare nella galassia (che è dell'ordine delle migliaia, in base alla frazione attesa di stelle massicce che ne sono i progenitori), poichè per osservare un buco nero è necessario che si trovi in un sistema binario, e che la sua compagna sia in una fase particolare di evoluzione, come vedremo tra poco. In pratica, gran parte dei buchi neri di massa stellare nella Galassia sono "invisibili".

3.1 Geometria di Roche e punti Lagrangiani

Indichiamo con a la separazione tra le due stelle in un sistema binario. La primaria sia il buco nero, di massa M , e la secondaria abbia massa $M_2 = qM$. La terza legge di Keplero impone una relazione tra separazione e periodo:

$$a = 3.5 \cdot 10^{10} \text{cm} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{1/3} (1 + q)^{1/3} P_{\text{hr}}^{2/3}, \quad (3.1)$$

dove P_{hr} è il periodo dell'orbita in ore. I periodi osservati vanno da qualche ora fino a diverse centinaia di ore, così che $a \approx 10^{11} - 10^{12}$ cm.

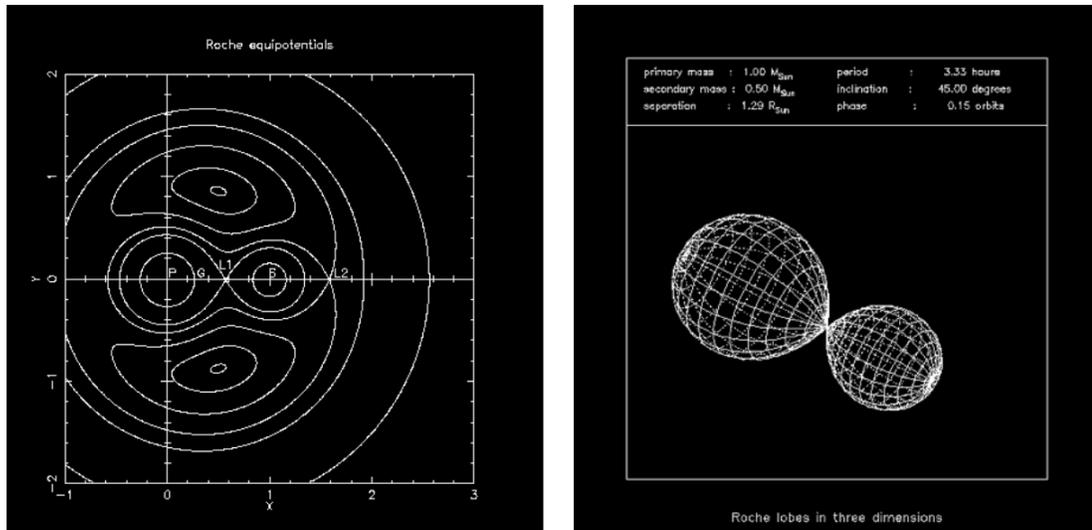


Figura 3.1: Sinistra: superfici equipotenziali del potenziale di Roche nel piano dell'orbita della binaria. Destra: superficie equipotenziale in 3 dimensioni.

Osservando la velocità della secondaria (tramite effetto Doppler sulle righe stellari) è possibile ottenere una stima della massa del BH. Tipicamente, si introduce la cosiddetta “funzione di massa” $f(M)$, che lega la massa del buco nero al periodo della binaria e alla velocità radiale (cioè in direzione della linea di vista) della secondaria v_r :

$$f(M) = \frac{P v_r}{2\pi G} = \frac{M^3 \sin^3 i}{(M + M_2)^2}, \quad (3.2)$$

dove i è l'angolo di inclinazione dell'orbita rispetto alla linea di vista. È importante notare che ovviamente la stima della massa del BH dipende fortemente dalla conoscenza dell'inclinazione dell'orbita, cosa non sempre nota.

Il moto di una particella in un sistema binario dipende dalla posizione delle due stelle (che sono a loro volta una funzione del tempo), conviene quindi porsi nel sistema rotante insieme alla binaria con periodo P . In tale sistema, la posizione delle due stelle è fissa, ma bisogna introdurre le forze fittizie dovute alla rotazione. Introduciamo il vettore velocità angolare della binaria:

$$\boldsymbol{\Omega} = \sqrt{\frac{G(M + M_2)}{a^3}} \hat{k}, \quad (3.3)$$

dove \hat{k} è il versore perpendicolare al piano dell'orbita. Il potenziale in questo sistema è detto “potenziale di Roche”:

$$\Phi_R(\mathbf{r}) = -\frac{GM}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} - \frac{GM_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_2|} - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})^2, \quad (3.4)$$

dove l'origine del sistema è posto nel centro di massa e \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 sono le posizioni (fisse) delle due stelle. La Figura 3.1 mostra le superfici equipotenziali del potenziale di Roche, nel piano dell'orbita (a sinistra) e in 3 dimensioni (a destra). Si può notare come il piano venga diviso in regioni differenti: lontano dalle due stelle, le superfici equipotenziali tendono a diventare approssimativamente circolari con centro nel centro di massa delle due stelle e particelle di test orbiteranno entrambe le stelle. Vicino a ciascuna stella, le superfici equipotenziali tendono di nuovo a diventare circolari, ma con centro su ciascuna delle stelle: in questo caso le particelle di test orbiteranno individualmente ciascuna stella. Esistono alcuni punti di equilibrio (identificati dalle lettere L_i , con $i = 1, 5$), chiamati punti Lagrangiani: i primi tre punti Lagrangiani sono instabili e giacciono sulla congiungente le due stelle, mentre gli altri due sono stabili e si trovano ai vertici di due triangoli equilateri che hanno come altri vertici le due stelle. La superficie equipotenziale che passa per L_1 identifica i due cosiddetti “Lobi di Roche”, cioè le due zone di spazio in cui particelle di test stanno in orbita all'una o all'altra stella.

Uno dei meccanismi per cui un sistema binario con un oggetto compatto (buco nero o stella di neutroni) può essere rivelato come binaria a raggi X è il cosiddetto “Roche lobe overflow”, che si verifica quando la stella secondaria, per esempio durante la sua evoluzione come gigante rossa, diventa più grande del suo lobo di Roche in modo tale che il materiale più esterno della stella superi il punto L_1 “cada” nel lobo di Roche dell'oggetto compatto. Il lobo di Roche non è circolare, ma è possibile definire il suo raggio approssimativo R_2 nel modo seguente:

$$\frac{R_2}{a} \simeq \frac{0.49q^{2/3}}{0.6q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})}. \quad (3.5)$$

Per potere “vedere” in buco nero si devono quindi verificare le seguenti condizioni:

1. Il buco nero deve essere in un sistema binario;
2. L'orbita deve essere abbastanza stretta in modo che il lobo di Roche della secondaria sia relativamente piccolo;
3. La secondaria deve essere in fase di gigante rossa.

Tradizionalmente, si identificano due classi di X-ray binaries:

- LMXB (Low mass X-ray binaries): quando la compagna è di piccola massa: $M_2 \lesssim 1.5M_\odot$;
- HMXB (High Mass X-ray Binaries): quando la compagna è una stella massiccia: $M_2 \gtrsim 10M_\odot$.

Mentre il meccanismo di “accensione” delle LMXB può essere quasi esclusivamente il Roche Lobe Overflow, nelle HMXB la secondaria, essendo una stella di alta

massa, può essere soggetta a forti venti stellari e può quindi trasferire massa all'oggetto compatto anche in assenza di Roche Lobe Overflow. Di conseguenza, le HMXB tendono ad avere periodi (e separazioni) maggiori delle LMXB: giorni/mesi, piuttosto che ore (tipiche delle LMXB).

3.2 Emissione dal disco in un XRB

Possiamo calcolare le proprietà tipiche dell'emissione termica dal disco di accrescimento in una XRB in modo analogo a quanto abbiamo fatto per i SMBH nel Capitolo precedente. Supponiamo che la luminosità sia vicina a quella di Eddington (ricordiamo che $L_{\text{Edd}} \approx 10^{39}$ ergs/sec per un buco nero di $10M_{\odot}$): $L = f_{\text{Edd}}L_{\text{Edd}}$, con $f_{\text{Edd}} \approx 1$. Abbiamo quindi, vicino ad ISCO, che il flusso è:

$$F = \frac{L}{\pi R_{\text{ISCO}}^2} \approx 10^{25} f_{\text{Edd}} (M/10M_{\odot})^{-1} \text{erg/sec cm}^{-2}, \quad (3.6)$$

così che la temperatura di corpo nero corrispondente è $T \approx 2 \cdot 10^7$ K il picco dell'emissione termica si trova a ≈ 1 keV, cioè, per l'appunto, nella parte X dello spettro elettromagnetico.

Anche nel caso di buchi neri di massa stellare, così come per i SMBH, l'emissione del disco presenta una componente termica, come descritto sopra, di corpo nero, ed una componente non termica, con SED generalmente approssimata con una legge di potenza, che si estende ad alte frequenze, dovuta ad una "corona" più calda rispetto al disco.

3.3 Stati spettrali delle XRB

Praticamente tutte le X ray binaries sono sistemi variabili e vanno incontro a periodici e ricorrenti "outbursts", passando da stati di quiescenza a stati molto più luminosi su tempi scala di giorni o settimane. Durante la quiescenza la luminosità X è molto bassa ($\approx 10^{-6}L_{\text{Edd}}$), mentre durante gli outburst raggiunge valori vicini a L_{Edd} . Durante gli outburst le XRB passano attraverso una serie di diversi "stati spettrali", che si differenziano in base alla forma dello spettro e alla loro luminosità. La classificazione degli stati spettrali delle XRB può essere molto complessa e nel corso degli anni sono stati definiti diversi tipi di stati: qui ci concentreremo solo su quelli fondamentali. Tradizionalmente, vengono definiti due stati:

- *Low-Hard state*: caratterizzato da relativamente bassa luminosità $\approx 10^{-3}L_{\text{Edd}}$ e da spettro "hard", cioè spostato verso raggi X ad alte energie, con una forte componente non termica, che contribuisce a più dell'80% del flusso X. Questi stati sono anche caratterizzati da forte variabilità su tempi scala brevi (come vedremo in seguito).

- *High-soft state*: caratterizzati da alta luminosità ($\approx 0.1L_{\text{Edd}}$) e spettro dominato dalla componente termica (cioè dal disco), che contribuisce a più del 70% del flusso X. Tipicamente mostrano variabilità relativamente bassa.

Due esempi di spettri X nei due stati sono mostrati nella parte sinistra Figura 3.2, dove in basso mostriamo lo stato “soffice” (high-soft) e in alto quello “duro” (low-hard).

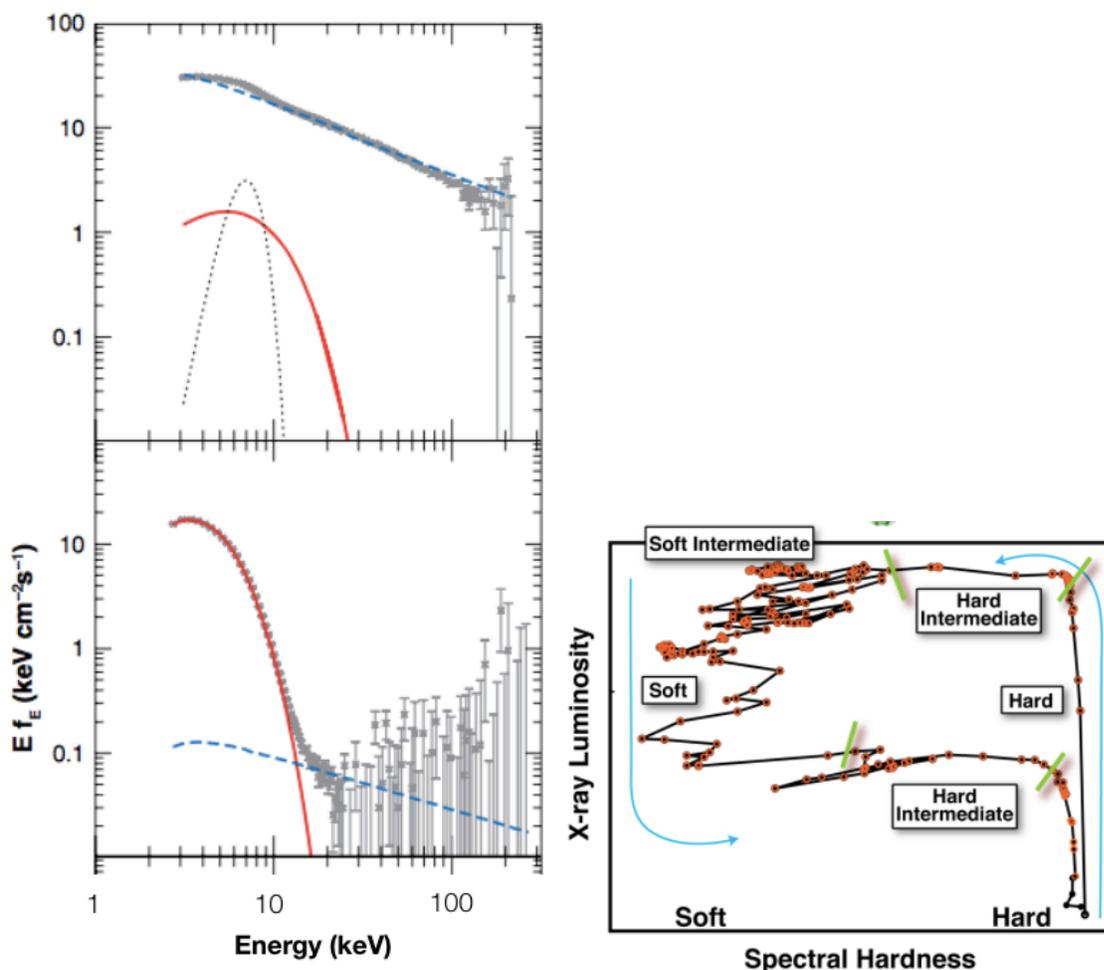


Figura 3.2: Sinistra: due esempi di stati spettrali delle XRB, in basso uno spettro “high-soft”, in alto uno spettro “low-hard”. Destra: Hardness-intensity diagram durante un outburst.

Le differenze tra i vari stati sono spesso rappresentati nel cosiddetto “hardness-intensity” diagram, che è una sorta di diagramma colore-magnitudine, nel senso che nell’asse delle ordinate viene rappresentata l’intensità del sorgente (il conteggio di fotoni X), mentre sull’asse delle ascisse viene rappresentato lo “hardness ratio”,

cioè il rapporto tra i conteggi di fotoni in una banda hard su quelli in una banda soft (tipicamente la definizione esatta di hardness ratio può variare e dipende dallo strumento usato). Un esempio di HID viene mostrato in Figura 3.2, a destra, in cui sono anche indicati i vari stati spettrali delle XRB e il percorso fatto durante un outburst, in cui la figura (a forma approssimativamente di “q”) viene percorsa in senso antiorario.

L’interpretazione di questi stati spettrali è la seguente: nello stato low-hard il tasso di accrescimento è basso ed il disco è troncato internamente ad un raggio grande rispetto a ISCO. In tal modo, la zona più interna del disco, più calda e luminosa (e caratterizzata da emissione termica) viene a mancare e la luminosità è dominata dalla corona. Al contrario, nello stato high-soft, il tasso di accrescimento è maggiore e il disco si spinge giù fino a vicino R_{ISCO} in modo tale che la componente termica diventi dominante.

Ricordiamo che la corona è una fase di gas ionizzato molto caldo, con una geometria complessa e non ben determinata dalle osservazioni.

3.4 Quasi Periodic Oscillations (QPO)

Una interessante caratteristica delle XRB è la loro variabilità su tempi brevi, inferiori al secondo. Tale variabilità viene analizzata tramite i cosiddetti “Power Density Spectra” (PDS), che rappresentano il modulo quadro della trasformata di Fourier delle curve di luce rispetto al tempo. In tali grafici fenomeni quasi periodici appaiono come picchi a frequenze ben determinate. Tali picchi corrispondono quindi a “quasi-periodic oscillations” (QPO), variazioni quasi periodiche del flusso. Anche la classificazione delle QPO è relativamente complessa. Si identificano principalmente due classi di QPO:

- *Low Frequency QPO* (LFQPO): con $\nu = 0.1 - 30$ Hz. A loro volta si dividono in tre tipi, chiamati Tipo A, B e C. Le QPO di Tipo A sono deboli (variabilità di qualche percento), e presentano un picco largo nel PDS, con $\nu/\Delta\nu \lesssim 3$, e con frequenza intorno a 7-8 Hz. Sono rare e la loro origine è sconosciuta. Le QPO di Tipo B si osservano in uno stato spettrale chiamato “soft-intermediate” state, che è caratterizzato proprio dalla loro presenza. Sono forti (variabilità superiore al 5%) e strette ($\nu/\Delta\nu \gtrsim 6$). Vengono spesso associate all’emissione di getti relativistici (data la spesso coincidente emissione nella banda radio). Le QPO di Tipo C sono simili alle B ma appaiono in ogni stato e con maggior rumore di fondo. Hanno frequenza e intensità variabile. In particolare, sono forti nel low-hard state, con frequenza bassa. Durante la transizione verso lo high-soft state la frequenza aumenta da pochi Hz fino a decine di Hz, ma la loro intensità diminuisce.

- *High Frequency QPO* (HFQPO): con $\nu = 40 - 450$ Hz. A loro volta suddivise in “upper” ($\nu \approx 200$ Hz) e “lower” ($\nu \approx 100$ Hz).

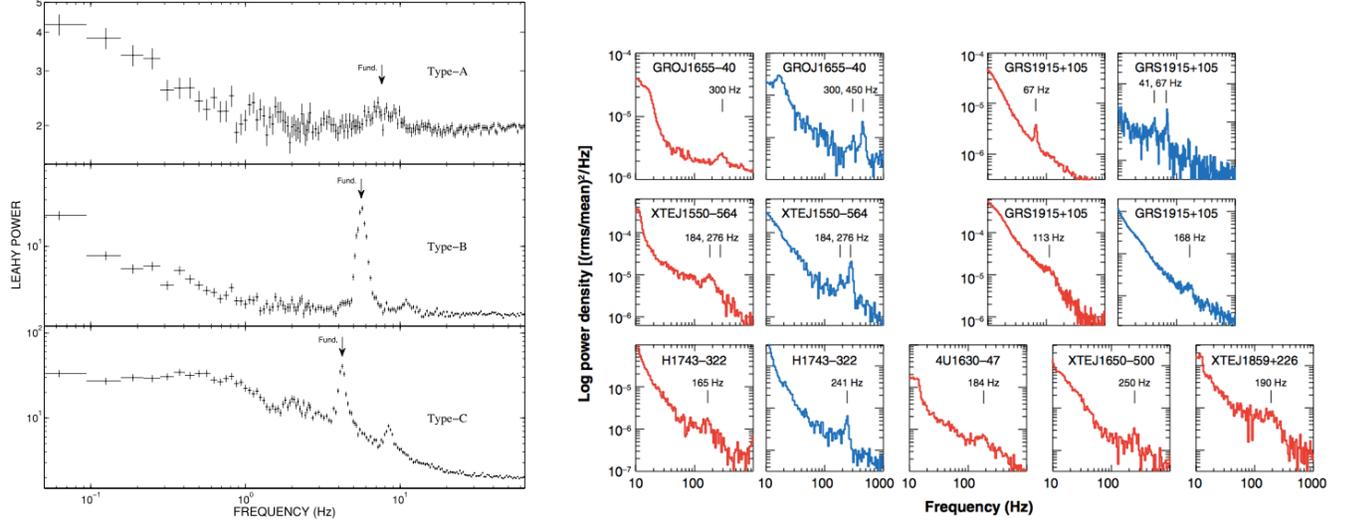


Figura 3.3: Esempi di QPO: a sinistra, low frequency QPOs, a destra high frequency QPOs.

3.4.1 Interpretazione delle QPO in base alla precessione relativistica

È stato proposto (da Stella e Vietri) che alcune QPO possano essere associate a determinate frequenze relative al moto relativistico di una particella test in orbita attorno al buco nero (o stella di neutroni). In particolare, un oggetto in orbita attorno ad un buco nero a distanza $R = rR_g$ possiede tre frequenze naturali:

- La frequenza di rotazione:

$$\Omega_{\text{rot}} \simeq \frac{c^3}{GM} \frac{1}{r^{3/2}} \quad (3.7)$$

- La frequenza di precessione apsidale

$$\Omega_{\text{aps}} \simeq \frac{c^3}{GM} \frac{3}{r^{5/2}} \quad (3.8)$$

- La frequenza di precessione di Lense-Thirring

$$\Omega_{\text{LT}} \simeq \frac{c^3}{GM} \frac{2a}{r^3}, \quad (3.9)$$

dove a è il parametro di spin del buco nero.

Definiamo una frequenza di scala ν_0 :

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{c^3}{GM} \approx 3 \cdot 10^3 \text{Hz} (M/10M_\odot)^{-1}. \quad (3.10)$$

Possiamo quindi calcolare le frequenze di cui sopra alla ISCO (con $r_{\text{ISCO}} = 6$) per un BH di $10M_\odot$ e otteniamo:

$$\nu_{\text{rot}} = \nu_0 r_{\text{ISCO}}^{-3/2} \approx 220 \text{Hz}, \quad (3.11)$$

$$\nu_{\text{aps}} = 3\nu_0 r_{\text{ISCO}}^{-5/2} \approx 100 \text{Hz}, \quad (3.12)$$

$$\nu_{\text{LT}} = 2a\nu_0 r_{\text{ISCO}}^{-3} \approx 30 \text{Hz}. \quad (3.13)$$

Notiamo così che le tre frequenze sono simili rispettivamente alle upper HFQPO, allo lower HFQPO e alle Type C LFQPO. Se in un singolo sistema vengono misurate contemporaneamente le tre frequenze, abbiamo quindi un sistema di tre equazioni nelle tre incognite M (massa del buco nero), a (spin del buco nero) e r (distanza dal buco nero a cui viene prodotta la QPO). In linea di principio, questo potrebbe quindi essere un ottimo metodo per misurare lo spin del buco nero, quantità tradizionalmente di difficile misura. In pratica la rivelazione simultanea delle tre QPO è stata fatta solo in una sorgente (GRO J1655-40) per cui risulta $M \approx 5.3M_\odot$ e $a \approx 0.29$.

Nel modello descritto sopra l'idea è che ci sia un "oggetto" (una sovradensità o un luogo nel disco a temperatura maggiore) che si trova ad un certo raggio e produca le QPO. Il problema di tale modello è che ogni sottostruttura all'interno di un disco in rotazione differenziale viene dissolta in una orbita e risulta quindi difficile spiegare la persistenza delle QPO. Modelli più avanzati sono stati anche sviluppati in cui le tre frequenze vengono associate a fenomeni di precessione globale del disco, in modo da risolvere il problema della persistenza.

3.5 Altre misure di spin nelle XRB

A parte i metodi basati sulle QPO descritti sopra (che si basano sul timing), i metodi tradizionali di misura dello spin del buco nero nelle XRB sono analoghi a quelli già descritti per gli AGN, e si fondano sull'analisi della SED, ed in particolare:

- Sulla riga relativistica del Ferro a 6 keV, come descritto per gli AGN, dovuta a riflessione.
- Sulla parte continua dello spettro: infatti spesso lo spettro termico risulta troncato al di sopra di una certa frequenza, che viene quindi associata alla temperatura del raggio interno del disco. A partire da tale temperatura si può risalire quindi alla posizione della ISCO e quindi al valore di a .

Le misure di spin per buchi neri ottenute con questi metodi sono riassunte nella figura 3.4. Si noti come tali misure mostrano spesso un bias verso valori alti di a . Si noti inoltre come spesso le misure ottenute con i due metodi sono incompatibili tra loro. Un esempio lampante è quello di GRO J1655-40, per cui le due misure basate sulla riga del Ferro e sul continuo sono incompatibili tra loro ed entrambe risultano anche incompatibili con la misura effettuata tramite le QPO, menzionata prima. Questo mostra come sia ancora difficile ottenere misure accurate di spin per i buchi neri.

Object (by RA)	Disk Reflection	Disk Continuum
M33 X-7		$a = 0.84 \pm 0.05$
LMC X-3		$0.21^{+0.18}_{-0.22}$
LMC X-1	$0.97^{+0.02}_{-0.13}$	$0.92^{+0.05}_{-0.07}$
A 0620-00		$0.12^{+0.19}_{-0.19}$
GS 1124-683		$-0.24^{+0.05}_{-0.64}$
4U 1543-475	0.3 ± 0.1	0.8 ± 0.1
XTE J1550-654	0.55 ± 0.22	$0.34^{+0.37}_{-0.45}$
4U 1630-472	$0.985^{+0.005}_{-0.014}$	
XTE J1650-500	0.79 ± 0.01	
XTE J1652-453	0.45 ± 0.02	
GRO J1655-40	0.98 ± 0.01	0.7 ± 0.1
GX 339-4	0.94 ± 0.02	
SAX J1711.6-3608	$0.6^{+0.2}_{-0.4}$	
XTE J1752-223	0.52 ± 0.11	
Swift J1753.5-0127	$0.76^{+0.11}_{-0.15}$	
MAXI J1836-194	0.88 ± 0.03	
XTE J1908+094	0.75 ± 0.09	
Swift J1910.2-0546	≤ -0.32	
GRS 1915+105	0.98 ± 0.01	≥ 0.95
Cygnus X-1	$0.97^{+0.01}_{-0.02}$	≥ 0.95

Figura 3.4: Misure di spin per i buchi neri nelle XRB.

Fenomeni transienti in sistemi con buchi neri

Indice

4.1	Tidal Disruption Events	41
4.2	Introduzione alle onde gravitazionali e alle loro sorgenti	48

In Astrofisica si incontrano spesso fenomeni transienti, altamente variabili nel tempo su tempi scala “umani”. Tra questi, possiamo annoverare fenomeni altamente energetici come le Supernovae, i γ -ray bursts (GRB) e anche gli AGN che sono spesso variabili. Qui ci occuperemo di un paio di fenomeni particolari, che ci interessano perchè riguardano da vicino sistemi in presenza di buchi neri: (1) i fenomeni di distruzione mareale di stelle da buchi neri supermassicci (*Tidal Disruption Events*, o TDE) e (2) la fusione di oggetti compatti, che porta all’emissione di forti onde gravitazionali, di recente scoperte tramite l’interferometro LIGO.

4.1 Tidal Disruption Events

4.1.1 Il raggio mareale

Questo particolare tipo di transienti si ha quando una stella si avvicina “troppo” ad un buco nero supermassiccio, in modo tale da essere distrutta dalla forza di marea del buco nero, in quello che viene chiamato “evento di distruzione mareale”.

Interazioni con altre stelle nel nucleo di una galassia quiescente (non-AGN) possono portare una stella su un’orbita molto eccentrica, con pericentro molto piccolo. Definiamo “raggio mareale” R_t la distanza dal buco nero a cui la marea diventa maggiore della forza di gravità della stella stessa. Per valutarlo, consideriamo un buco nero di massa M e una stella di massa M_\star e raggio R_\star ed eguagliamo la differenza di campo gravitazionale del buco nero tra il centro e la superficie della stella e il campo di gravità della stella alla sua superficie:

$$\Delta g_{\text{BH}} \approx \left. \frac{\partial g_{\text{BH}}}{\partial R} \right|_{R_t} R_\star \approx \frac{GM}{R_t^3} R_\star, \quad (4.1)$$

in cui trascuriamo fattori dell’ordine dell’unità perchè siamo interessati ad una stima per ordini di grandezza del raggio mareale. L’autogravità della stella invece è data da:

$$g_{\text{SG}} = \frac{GM_\star}{R_\star^2}. \quad (4.2)$$

Uguagliando le due espressioni otteniamo

$$R_t = \left(\frac{M}{M_\star} \right)^{1/3} R_\star \approx 0.46 M_6^{1/3} m_\star^{-1/3} r_\star \text{ au}, \quad (4.3)$$

dove $M_6 = M/10^6 M_\odot$, $m_\star = M_\star/M_\odot$ e $r_\star = R_\star/R_\odot$ (abbiamo così riscalato le varie quantità ai valori tipici che considereremo).

Da notare che il raggio mareale cresce con la radice cubica della massa del buco nero. Questo fa sì che non tutti i buchi neri possono fare TDE. Infatti, se la massa è troppo grande, il raggio di Schwarzschild può diventare più grande del raggio mareale e le stelle verrebbero inghiottite dal buco nero prima di essere distrutte. Infatti, se ci restringiamo a considerare la distruzione di una stella di tipo solare abbiamo che:

$$R_s \approx 3 \cdot 10^6 M_6 \text{ km}, \quad (4.4)$$

$$R_t \approx 7 \cdot 10^7 M_6^{1/3} \text{ km}, \quad (4.5)$$

e quindi $R_t/R_s \approx 23 M_6^{-2/3}$. Richiedendo che tale rapporto sia maggiore di 1 per avere un TDE, otteniamo che $M_6 \lesssim 100$, cioè che $M \lesssim 10^8 M_\odot$. Da notare che nel caso di buchi neri rotanti (di Kerr), tale limite può crescere fino a $10^9 M_\odot$.

4.1.2 Caratteristiche orbitali delle stelle distrutte

Il tasso a cui le stelle vengono spinte su orbite con pericentro $\lesssim R_t$ è di circa 10^{-4} all'anno per galassia (il che può sembrare poco, ma se monitoriamo un gran numero di galassie, come si fa recentemente con programmi come lo Sloan Digital Sky Survey SDSS, si vede che possiamo aspettarci diversi eventi all'anno).

L'energia orbitale specifica tipica di una di queste stelle è dell'ordine della dispersione di velocità delle stelle nel nucleo al quadrato σ^2 (che ricordiamo è dell'ordine di qualche centinaio di km/sec). Se confrontiamo questa energia con l'energia potenziale al pericentro GM/R_t , otteniamo:

$$\frac{E_{\text{orb}}}{E_{\text{pot}}} \approx \frac{R_t}{GM/\sigma^2} = \frac{R_t}{R_{\text{inf}}} \approx 2 \cdot 10^{-6}, \quad (4.6)$$

dove ricordiamo la definizione del raggio di influenza del buco nero $R_{\text{inf}} = GM/\sigma^2 \approx 1 \text{ pc}$. Possiamo quindi considerare le orbite delle stelle che vengono distrutte come essenzialmente paraboliche (con energia orbitale trascurabile).

4.1.3 Il processo di distruzione

I vari elementi fluidi che compongono la stella avrebbero tutti lo stesso pericentro e quindi, in assenza di altre forze, avvicinandosi al buco nero la stella tenderebbe

a schiacciarsi, ma la pressione resiste a questo schiacciamento e causa in questo modo una redistribuzione tra le energie orbitali dei vari elementi.

Un modello semplice ma abbastanza accurato per stimare l'allargamento nella distribuzione di energia è il cosiddetto "modello impulsivo", in cui si assume che l'interazione tra stella e buco nero avvenga, appunto, in modo impulsivo quando la stella raggiunge il pericentro. Si ipotizza quindi che la stella mantenga la sua forma fino a R_t (assumeremo sempre che il pericentro sia uguale al raggio mareale), e inoltre che le velocità dei vari elementi fluidi siano tutte uguali a quella del centro di massa. L'allargamento di energia orbitale è quindi interamente dovuto alla diversa profondità a cui si trovano i vari elementi all'interno della buca di potenziale del buco nero. L'allargamento di energia sarà quindi:

$$\Delta E = \left| \frac{\partial E_{\text{pot}}}{\partial r} \right|_{R_t} \Delta R = \frac{GM}{R_t^2} R_* = \frac{GM_*}{R_*} \left(\frac{M}{M_*} \right)^{1/3} \approx 100 \frac{GM_*}{R_*}. \quad (4.7)$$

Le energie dei detriti saranno quindi comprese all'incirca tra $-\Delta E$ e ΔE . Vediamo così che i detriti possono raggiungere velocità dell'ordine di 10 volte la velocità di fuga dalla stella $v_* = \sqrt{2GM_*/R_*} \approx 4 \cdot 10^2$ km/sec. La velocità massima dei detriti sarà quindi $v_{\text{max}} = \sqrt{2\Delta E} = 10v_* \approx 4 \cdot 10^3$ km/sec.

Metà dei detriti si allontana su orbite iperboliche ($E > 0$), mentre l'altra metà resta legata al buco nero su orbite ellittiche ($E < 0$) altamente eccentriche. L'eccentricità minima si ha per i detriti più legati, con $E = -\Delta E$. Dopo la distruzione, i detriti si muovono su orbite essenzialmente Kepleriane, e potremo quindi calcolare le loro proprietà orbitali in modo semplice. In particolare, il minimo semiasse maggiore dei detriti corrisponderà sempre alle orbite più legate:

$$\Delta E = \frac{GM}{2a_{\text{min}}}, \quad (4.8)$$

da cui ricaviamo

$$a_{\text{min}} = \frac{R_t^2}{2R_*} \simeq 20M_6^{2/3} m_*^{-2/3} r_* \text{ au}. \quad (4.9)$$

L'eccentricità minima sarà quindi ottenibile considerando che il pericentro $R_t = (1 - e_{\text{min}})a_{\text{min}}$, da cui otteniamo $e_{\text{min}} = 0.998$.

Dopo la distruzione, i detriti legati compiranno delle orbite complete, e dopo un certo tempo ritorneranno al pericentro, dove produrranno shock e daranno inizio all'emissione elettromagnetica. Il minimo tempo di ritorno al pericentro è dato dal periodo kepleriano delle orbite più legate:

$$t_{\text{min}}^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a_{\text{min}}^3 = \frac{4\pi^2}{GM} \frac{R_t^6}{8R_*^3} = \frac{\pi^2}{2} \frac{R_t^3}{GM_*} = \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{M}{M_*} \right) \left(\frac{R_*^3}{GM_*} \right), \quad (4.10)$$

da cui¹

$$t_{\min} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \left(\frac{M}{M_{\star}} \right)^{1/2} \left(\frac{R_{\star}^3}{GM_{\star}} \right)^{1/2} \approx 41 M_6^{1/2} m_{\star}^{-1} r_{\star}^{3/2} \text{ d} \quad (4.11)$$

4.1.4 Il tasso di fallback

Qual è il tasso con cui i detriti ricadono sul buco nero? Poichè ogni detrito sarà caratterizzato da una diversa energia orbitale E , e quindi da un diverso tempo di ritorno al buco nero (identificato con il periodo dell'orbita fortemente eccentrica che viene compiuta), il tasso di “fallback” si può legare alla distribuzione di energie orbitali:

$$\dot{M}_{\text{fb}} = \frac{dM}{dt} = \frac{dM}{dE} \frac{dE}{dt}. \quad (4.12)$$

Il tasso di ritorno viene quindi scritto in base alla distribuzione di energie orbitali dM/dE e alla relazione tra energia e tempo di ritorno. Quest'ultima può essere ricavata facilmente. Data una energia E , per un'orbita kepleriana, noi conosciamo il suo periodo t , usando il legame noto tra energia e semi-asse maggiore dell'orbita e la terza legge di Keplero:

$$|E| = \frac{GM}{2a}, \quad (4.13)$$

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} GM |E|^{-3/2}. \quad (4.14)$$

Invertendo la relazione precedente, otteniamo E in funzione di t :

$$|E| = \left(\frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{GM}{t} \right)^{2/3}, \quad (4.15)$$

da cui segue:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2}{3} \left(\frac{\pi GM}{\sqrt{2}} \right)^{2/3} t^{-5/3}. \quad (4.16)$$

Per quel che riguarda la distribuzione di energie orbitali, una approssimazione semplice, ma tutto sommato abbastanza accurata si può ottenere sapendo (vedi sopra) che tale distribuzione si “allarga” per una quantità ΔE :

$$\frac{dM}{dE} \approx \frac{M_{\star}}{2\Delta E}. \quad (4.17)$$

¹È utile notare che $\sqrt{R_{\odot}^3/GM_{\odot}} \approx 1.6 \cdot 10^3 \text{ sec}$.

Sostituendo le espressioni di prima e dopo un po' di semplice algebra, si ottiene così

$$\dot{M}_{\text{fb}} = \frac{M_{\star}}{3t_{\text{min}}} \left(\frac{t}{t_{\text{min}}} \right)^{-5/3}. \quad (4.18)$$

In effetti, l'andamento temporale della luminosità proporzionale a $t^{-5/3}$ viene generalmente considerato come la caratteristica principale di un tidal disruption event.

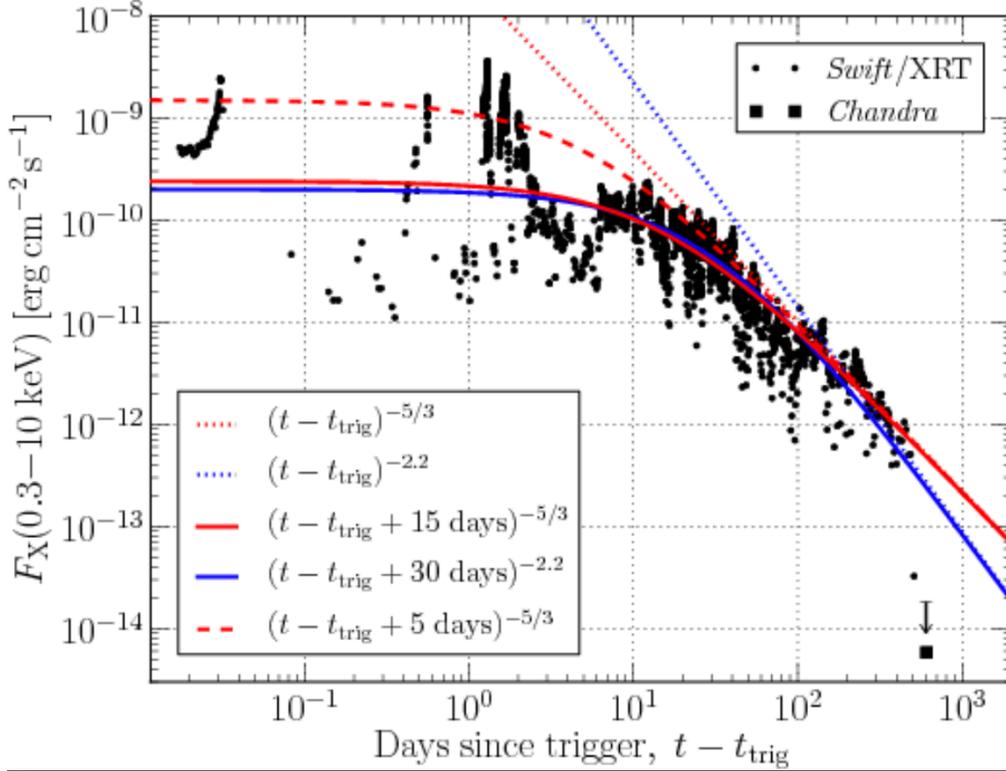


Figura 4.1: Curva di luce X dell'evento di distruzione mareale chiamato Swift J1644.

Da notare che se integriamo il tasso di ritorno tra t_{min} e infinito, otteniamo:

$$\int_{t_{\text{min}}}^{\infty} \dot{M}_{\text{fb}} dt = \frac{M_{\star}}{2}, \quad (4.19)$$

cioè, giustamente, la metà della massa stellare che in effetti rimane legata al buco nero.

Il tasso di accrescimento di picco si ottiene a $t = t_{\text{min}}$ e vale

$$\dot{M}_{\text{p}} = \frac{M_{\star}}{3t_{\text{min}}} \approx 3 \frac{M_{\odot}}{\text{yr}} \approx 1.9 \cdot 10^{26} \text{ g/s}, \quad (4.20)$$

che corrisponde ad una luminosità:

$$L_p = \eta \dot{M}_p c^2 \approx 1.7 \cdot 10^{46} \text{ erg/sec} \approx 100 L_{\text{Edd}}, \quad (4.21)$$

dove abbiamo preso $\eta = 0.1$. Notiamo che la luminosità di picco risulta essere fortemente sopra Eddington, un'altra caratteristica tipica dei TDE.

Nella Figura 4.1 mostro una curva di luce osservata di un famoso evento di distruzione mareale, chiamato Swift J1644. Quello che viene mostrato in particolare è la luminosità nei raggi X, che mostra effettivamente le caratteristiche menzionate prima: un picco dell'ordine di alcune centinaia di luminosità di Eddington e una decrescita proporzionale a $t^{-5/3}$. Questo specifico evento è noto anche per la sua emissione in quasi tutte le bande dello spettro elettromagnetico: possedeva infatti, oltre all'emissione X (la tipica emissione dei TDE è nei raggi X soffici e nell'UV) una forte componente sia γ che radio, dovuti alla generazione di un getto relativistico durante l'evento.

4.1.5 Separazione di sistemi binari per effetto mareale

Un processo analogo alla distruzione mareale di una stella è la separazione di un sistema binario. In questo caso, il processo è assolutamente simile a quello descritto in precedenza, ma l'oggetto che viene distrutto non è la singola stella, ma il sistema binario, che viene separato nelle sue due componenti (le due stelle). Esattamente come succede per i detriti nel caso di un TDE, in questo caso, i "detriti" sarebbero le due singole stelle, di cui una rimane legata al buco nero, mentre la seconda viene lanciata su orbite iperboliche. Cerchiamo quindi di stimare le principali quantità relative a questo processo, in analogia a quanto fatto nel caso precedente.

Il raggio mareale della binaria è il raggio a cui la marea uguaglia la forza che tiene insieme le due stelle, cioè la forza di gravità tra le stelle (che supponiamo essere due stelle di tipo solare di massa uguale e separazione a). Avremo quindi una espressione identica al raggio mareale di una stella, ma in cui il raggio stellare viene sostituito dalla separazione delle due stelle a , che supporremo essere $a = 0.1$ au:

$$R_t = \left(\frac{M}{M_\star} \right)^{1/3} a \approx 1.5 \cdot 10^{14} \text{ cm} \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ pc}. \quad (4.22)$$

Vediamo quindi il destino delle due stelle ormai separate. Quella che rimane legata starà in orbite eccentriche attorno al buco nero. L'apocentro minimo di queste orbite si può ottenere dall'eccentricità minima, che ricordiamo essere $e \approx 0.998$ (vedi caso precedente). Abbiamo quindi che:

$$R_{\text{apo}} = \frac{1+e}{1-e} R_{\text{peri}} = \frac{1+e}{1-e} R_t \approx \frac{2}{0.002} R_t \approx 0.05 \text{ pc}. \quad (4.23)$$

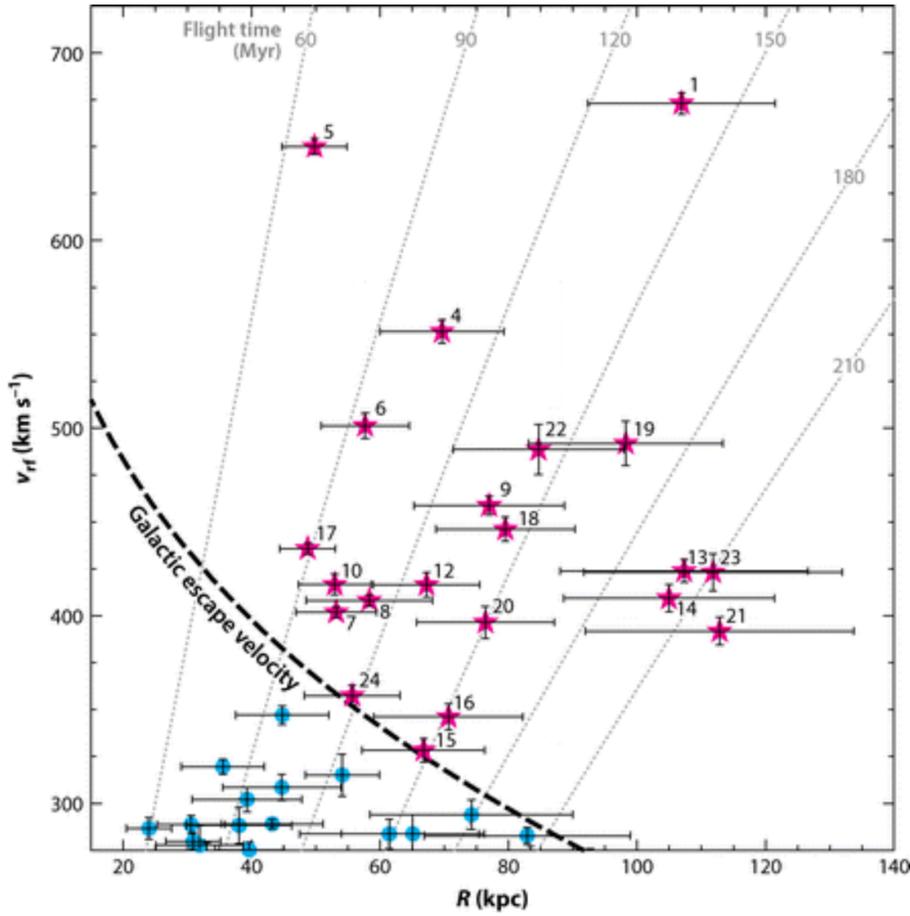


Figura 4.2: Velocità e distanza dal centro Galattico di un campione recente di hyper-velocity stars. La linea tratteggiata indica la velocità di fuga dalla Galassia, assumendo un certo modello per la struttura della Via Lattea e del suo alone.

Da notare che questo raggio è confrontabile con la distanza delle cosiddette S-stars rispetto al centro galattico. Vediamo adesso cosa succede alla stella che viene lanciata in orbita iperbolica. Come nel caso della distruzione di una stella, la velocità si può calcolare a partire dalla larghezza della distribuzione di energia:

$$v_{\max} = 10 \sqrt{\frac{GM_{\star}}{a}} \approx 10^3 \text{ km/sec.} \quad (4.24)$$

Questo valore di velocità è estremamente elevato, se si pensa che la velocità di fuga dal potenziale della nostra Galassia è dell'ordine di 200-300 km/sec. Le stelle separate in questo modo avrebbero quindi abbastanza energia cinetica da “scappare” dalla Galassia. In effetti, alcune di queste cosiddette “hyper-velocity” stars sono state osservate, e una spiegazione plausibile per la loro origine è proprio quella che

siano state separate da una binaria in un incontro ravvicinato con il buco nero al centro della nostra Galassia. La velocità di fuga osservata per alcune hyper-velocity stars è mostrato in Figura 4.2.

4.2 Introduzione alle onde gravitazionali e alle loro sorgenti

Le onde gravitazionali sono perturbazioni dello spazio-tempo prodotte da massa in movimento (così come le onde elettromagnetiche sono prodotte da cariche in movimento). Negli ultimi anni hanno assunto un posto particolare nel panorama della ricerca fisica e astrofisica in seguito alla loro prima rivelazione, ottenuta nel 2016 tramite l'interferometro LIGO. Analoghi interferometri sono in via di costruzione sia a Terra che dallo spazio (come il progetto LISA). In questo corso non ci occuperemo della loro rivelazione e delle tecniche ad essa associate, ma piuttosto alla loro produzione e quindi alle sorgenti di onde gravitazionali.

Ogni massa in movimento produce una impercettibile onda gravitazionale, ma quelle rivelabili nell'Universo sono dovute tipicamente alla fusione di oggetti compatti, come *binarie di stelle di neutroni* (la cui fusione era stata predetta grazie alla osservazione indiretta di onde gravitazionali nella pulsar di Hulse-Taylor) oppure *binarie di buchi neri*, sia di massa stellare che supermassicci.

4.2.1 Definizioni matematiche

Definiamo la metrica dello spazio tempo:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (4.25)$$

dove x^μ è una componente generica del quadri-vettore posizione (ct, \mathbf{x}) , in cui la prima componente è quella temporale, mentre le altre tre sono quelle spaziali. Le lettere greche sono qui indici che variano tra 0 e 3, mentre useremo lettere latine per indicare indici puramente spaziali che variano tra 1 e 3. La metrica di Minkowsky è quella per cui la matrice $g_{\mu\nu}$ ha elementi solo sulla diagonale, e viene indicata con $\eta_{\mu\nu}$:

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.26)$$

Introduciamo adesso piccole perturbazioni $h_{\mu\nu} \ll 1$ alla metrica:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}. \quad (4.27)$$

Si può vedere che le equazioni di campo di Einstein, una volta linearizzate, indicano che $h_{\mu\nu}$ evolve come un'onda nel vuoto, detta appunto "onda gravitazionale". La

quantità fondamentale per il calcolo dell'onda gravitazionale è quindi $h_{\mu\nu}$ e viene chiamata “strain”. Una trattazione rigorosa delle onde gravitazionali richiederebbe di definire una serie di importanti quantità matematiche (quali una opportuna scelta di gauge, o le proprietà di polarizzazione delle onde gravitazionali), che però vanno ben al di là degli scopi di questo Corso, in cui invece ci concentreremo su una trattazione più empirica del fenomeno, per enfatizzarne gli aspetti fisici.

Dal punto di vista dei rivelatori, si può dimostrare che la distanza propria tra due oggetti durante il passaggio di un'onda gravitazionale varia come:

$$\frac{\Delta L}{L} \approx \frac{h}{2}, \quad (4.28)$$

dove h è il valore tipico di $h_{\mu\nu}$.

4.2.2 Calcolo dello strain da masse in movimento

Esattamente come, in elettromagnetismo, il campo elettromagnetico di radiazione è legato alla derivata seconda del momento di dipolo elettrico, nel caso delle onde gravitazionali quel che conta è la derivata seconda del *momento di quadrupolo di massa* (legato al momento di inerzia). Il motivo per cui in questo caso la quantità fondamentale sia il quadrupolo piuttosto che il dipolo, dipende dalla natura stessa delle onde. Il fatto che la massa totale di un sistema si conservi fa sì che il monopolo non contribuisca all'emissione (coì come la conservazione della carica fa lo stesso nel caso delle onde elettromagnetiche). La conservazione della quantità di moto totale (cioè del momento di “dipolo” gravitazionale) determina il fatto che il dipolo non contribuisca all'emissione, diversamente che nel caso elettromagnetico. Il termine più basso responsabile per l'emissione di onde gravitazionali è quindi quello di quadrupolo. Parlando di “particelle di campo”, possiamo dire che mentre il fotone ha spin = 1, il gravitone ha spin = 2. Il tensore momento di inerzia si definisce come:

$$I_{ij} = \int d^3x' \rho(t, \mathbf{x}') dx'_i dx'_j, \quad (4.29)$$

dove qui gli indici sono puramente spaziali, e ρ è la densità di massa. Definiamo la traccia $I = I_{ii}$ (dove è sottintesa la somma sugli indici ripetuti). Il momento di quadrupolo di massa è quindi definito come:

$$\hat{I}_{ij} = I_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} I, \quad (4.30)$$

dove δ_{ij} è il tensore unitario. Si può dimostrare (la dimostrazione va oltre lo scopo di questo corso) che lo strain è legato alla derivata seconda di \hat{I}_{ij} nel modo seguente:

$$h_{ij} = \frac{2G}{c^4} \frac{1}{D} \frac{d^2 \hat{I}_{ij}}{dt^2}, \quad (4.31)$$

dove D è la distanza dalla sorgente. Questa importante formula è detta “formula di quadrupolo”. È possibile dare una semplice stima per ordine di grandezza di h nel modo seguente. Se la massa coinvolta nell’emissione di onde gravitazionali è M e la sua dimensione tipica è l , la derivata seconda del momento di inerzia, da semplici considerazioni di analisi dimensionale, sarà data da $\ddot{I} \approx Mv^2 \approx 2E_{\text{kin}}$, dove v è la velocità, e E_{kin} l’energia cinetica. Si può quindi scrivere, come ordine di grandezza:

$$h \approx \frac{4G}{c^2 D} \left(\frac{E_{\text{kin}}}{c^2} \right). \quad (4.32)$$

La formula di sopra ha una semplice interpretazione fisica. Il termine tra parentesi ha le dimensioni di una “massa” associata al campo gravitazionale variabile, chiamiamola m_{field} , e di conseguenza la quantità $2Gm_{\text{field}}/c^2$ sarebbe una sorta di “raggio di Schwarzschild” associato a tale massa. Lo strain è dunque il rapporto tra questo raggio e la distanza dalla sorgente (ricordiamo infatti che tutti i campi di radiazione - anche quello elettromagnetico - decrescono con la prima potenza della distanza).

4.2.3 Emissione di onde gravitazionali da un sistema binario

Armati della formula di quadrupolo, possiamo adesso calcolare l’onda gravitazionale prodotta da un sistema binario in orbita. Consideriamo due masse M_1 ed M_2 , in orbita circolare a distanza a tra di loro. Definiamo il rapporto di massa $q = M_2/M_1 < 1$, la massa totale $M = M_1 + M_2 = M_1(1 + q)$, e la massa ridotta

$$\mu = \frac{M_1 M_2}{M} = \frac{q}{(1 + q)^2} M_1. \quad (4.33)$$

Nel sistema del centro di massa, il moto è quello di una massa μ , circolare di raggio a e con velocità angolare $\Omega^2 = GM/a^3$ (secondo la terza legge di Keplero). Il momento di inerzia è:

$$I_{ij} = \mu \begin{pmatrix} x^2 & xy \\ xy & y^2 \end{pmatrix} = \mu a^2 \begin{pmatrix} \cos^2 \Omega t & \cos \Omega t \sin \Omega t \\ \cos \Omega t \sin \Omega t & \sin^2 \Omega t \end{pmatrix}. \quad (4.34)$$

Possiamo quindi ricavare facilmente la derivata seconda:

$$\ddot{I}_{ij} = \ddot{I}_{ij} = -2a^2 \Omega^2 \mu \begin{pmatrix} \cos 2\Omega t & \sin 2\Omega t \\ \sin 2\Omega t & -\cos 2\Omega t \end{pmatrix}, \quad (4.35)$$

che, sostituito nella formula di quadrupolo ci da:

$$h \approx \frac{4G}{c^4 D} \mu \frac{GM}{a} \approx \frac{R_g}{D} \frac{R_g}{a}, \quad (4.36)$$

dove l'ultima uguaglianza vale nel caso $q = 1$ e abbiamo definito il raggio gravitazionale corrispondente alla massa totale $R_g = GM/c^2$.

Per avere una idea per ordini di grandezza delle caratteristiche tipiche delle onde gravitazionali emesse in un merger di buchi neri, ricordiamo che possiamo associare una frequenza tipica ad una massa M :

$$\Omega_0 = \frac{c^3}{GM} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ Hz} (M/M_\odot)^{-1}. \quad (4.37)$$

Tipicamente, la frequenza delle onde gravitazionali si esprime in termini di $\nu = \Omega/2\pi$, e otteniamo quindi:

$$\nu_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ Hz} (M/M_\odot)^{-1} \approx 450 \text{ Hz} (M/70M_\odot)^{-1}, \quad (4.38)$$

in cui nell'ultimo passaggio abbiamo riscritto le masse alle masse tipiche dei buchi neri di massa stellare osservati recentemente da LIGO. Vediamo così che la frequenza tipica delle onde gravitazionali emesse da merger di buchi neri di massa stellare è dell'ordine di 500-5000 Hz. Calcoliamo adesso una stima per ordine di grandezza dell'ampiezza attesa per questo tipo di merger, usando la solita formula di quadrupolo (e ricordando che $a = (GM/\Omega^2)^{1/3}$):

$$h = \frac{GM}{c^4 D} \frac{GM}{a} = \frac{(GM)^{5/3}}{c^4 D} (2\pi\nu)^{2/3} \approx 4.8 \cdot 10^{-22} \left(\frac{M}{10M_\odot}\right)^{5/3} \left(\frac{\nu}{100\text{Hz}}\right)^{2/3} \left(\frac{D}{100\text{Mpc}}\right)^{-1}, \quad (4.39)$$

dove ancora una volta abbiamo riscritto le quantità sui dati tipici di LIGO. In generale, quindi, il segnale gravitazionale durante un merger apparirà come un'onda con una frequenza che aumenta nel tempo (in quello che viene chiamato il "chirp"), man mano che la binaria diventa più stretta, fino a raggiungere la frequenza massima ν_0 .

La Figura 4.3 mostra i dati del primo evento di onde gravitazionali rivelato da LIGO. Nei pannelli in alto si mostra il segnale osservato e il modello basato su calcoli di relatività numerica (risolvendo cioè numericamente le equazioni di campo di Einstein durante un merger), si noti che l'ampiezza è proprio dell'ordine indicato dalle semplici stime prodotte sopra. I pannelli in basso mostrano invece il "chirp", cioè l'aumento di frequenza dell'onda nelle fasi finali del merger. Si noti che, di nuovo, l'ordine di grandezza della frequenza è proprio quella attesa dai semplici conti fatti sopra.

4.2.4 Rivelatori di onde gravitazionali

Come noto, i maggiori interferometri da Terra per la rivelazione di onde gravitazionali sono LIGO e Virgo, che lavorano in un range di frequenza tra i 30 Hz e i 7

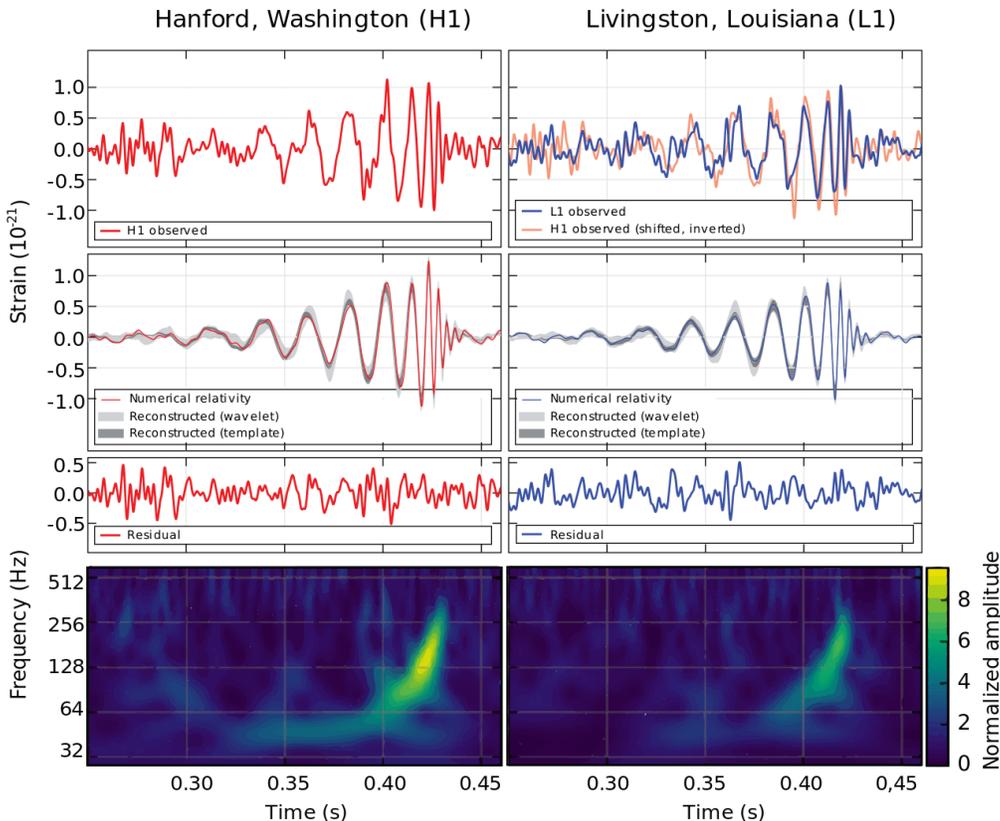


Figura 4.3: Strain misurato dai due rivelatori di LIGO nel primo evento di onde gravitazionali rivelato. Nei pannelli in basso viene mostrato il “chirp”, cioè il progressivo aumento di frequenza dell’onda durante le fasi finali del merger.

kHz, adatti quindi a rivelare per l’appunto le onde gravitazionali emesse da buchi neri di massa stellare.

Un interferometro spaziale è in via di progettazione attualmente (il lancio è previsto nel 2034) e si chiama LISA. Il braccio molto più esteso dell’interferometro permetterà a LISA di lavorare a frequenza molto minori, dell’ordine del mHz, più esattamente tra 10^{-4} Hz e 1 Hz. Il segnale rivelabile da LISA sarà quello corrispondente alle fasi finali del merger di buchi neri supermassicci. Infatti, la frequenza tipica associata, per esempio ad una massa di $10^6 M_{\odot}$ è circa $\nu_0 \approx 0.03$ Hz. LISA sarà inoltre sensibile anche alle onde gravitazionali emesse da buchi neri di massa stellare, ma nelle prime fasi del merger, a separazioni molto larghe.

In generale, la presenza di LIGO e LISA insieme aprirà una nuova fase nell’esplorazione delle onde gravitazionali, perchè permetterà di fare osservazioni gravitazionali in diverse bande dello spettro, esattamente come si fa attualmente di routine per quel che riguarda la radiazione elettromagnetica.

4.2.5 Potenza totale emessa e decadimento della binaria

La potenza totale emessa per onde gravitazionali si calcola dalla seguente espressione:

$$P = \frac{G}{5c^5} \left\langle \frac{d^3 \hat{I}_{ij}}{dt^3} \frac{d^3 \hat{I}_{ij}}{dt^3} \right\rangle, \quad (4.40)$$

dove le parentesi angolate indicano una media su un periodo della binaria. La derivata terza del quadrupolo di massa è data da:

$$\frac{d^3 \hat{I}_{ij}}{dt^3} = 4\mu a^2 \Omega^3 \begin{pmatrix} \sin 2\Omega t & -\cos 2\Omega t \\ -\cos 2\Omega t & -\sin 2\Omega t \end{pmatrix}, \quad (4.41)$$

da cui ricaviamo la potenza emessa come:

$$P = \frac{32 G \mu^2 a^4 \Omega^6}{5 c^5} = \frac{32 G \mu^2 (GM)^3}{5 c^5 a^5} = -\frac{dE}{dt}, \quad (4.42)$$

dove E è l'energia orbitale della binaria, $E = -GM\mu/2a$. A partire da dE/dt possiamo quindi ricavare l'evoluzione della separazione della binaria:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{G\mu M} \frac{dE}{dt}, \quad (4.43)$$

e, ricordando che la frequenza Kepleriana $\nu = \Omega/2\pi \propto a^{-3/2}$, l'evoluzione della frequenza dell'onda gravitazionale emessa:

$$\frac{d\nu}{dt} \frac{1}{\nu} = -\frac{3}{2} \frac{da}{dt}. \quad (4.44)$$

Sostituendo, otteniamo quindi:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{64 G^3 \mu M^2}{5 c^5 a^3} = -\frac{64}{5} \frac{q}{(1+q)^2} \left(\frac{GM}{a} \right)^3 \frac{1}{c^5}. \quad (4.45)$$

Possiamo anche definire il tempo scala di merger a partire da una certa separazione a , come:

$$t_{\text{GW}} = \frac{a}{|da/dt|} = \frac{5}{64} \frac{(1+q)^2}{q} \frac{c^5}{(GM)^3} a^4 \approx 8.1 \cdot 10^{12} \text{yr} \left(\frac{M}{10^8 M_\odot} \right)^{-3} \left(\frac{a}{\text{pc}} \right)^4 \frac{(1+q)^2}{q}, \quad (4.46)$$

dove l'ultima stima numerica è riferita al caso di merger di buchi neri supermassicci. Si nota che questo tempo scala cresce molto rapidamente con la distanza, ed in

particolare diventa confrontabile con l'età dell'Universo di ≈ 13 Gyr a separazioni dell'ordine di:

$$a_{\text{GW}} \approx 6.3 \cdot 10^{-2} \text{pc} \left(\frac{M}{10^8 M_{\odot}} \right)^{3/4} \frac{q^{1/4}}{(1+q)^{1/2}}. \quad (4.47)$$

Per avere quindi un merger di buchi neri supermassicci è quindi necessario che i due buchi neri vengano portati almeno a distanze di ≈ 0.06 pc tramite altri meccanismi, che non siano l'emissione di onde gravitazionali. La stessa stima, ma scalata per buchi neri di massa stellare fornisce invece:

$$a_{\text{GW}} \approx 0.1 \text{au} \left(\frac{M}{10 M_{\odot}} \right)^{3/4} \frac{q^{1/4}}{(1+q)^{1/2}}. \quad (4.48)$$

Infine, possiamo calcolare l'evoluzione della frequenza ν a partire dalla ((4.44)):

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{96}{5} (2\pi)^{8/3} \frac{(G\mu)(GM)^{2/3}}{c^5} \nu^{11/3}. \quad (4.49)$$

Si vede quindi che l'evoluzione della frequenza durante il merger (il “chirp”) dipende da una particolare combinazione di massa totale e massa ridotta del sistema $\mathcal{M} = \mu^{3/5} M^{2/5}$, chiamata per l'appunto “massa di chirp”. In termini della massa di chirp l'evoluzione della frequenza è:

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{96}{5} (2\pi)^{8/3} \left(\frac{G\mathcal{M}}{c^3} \right)^{5/3} \nu^{11/3}. \quad (4.50)$$

Indice

I Buchi Neri in Astrofisica	3
1 Concetti di base e aspetti matematici	5
1.1 Quantità fondamentali che descrivono un buco nero	5
1.1.1 Buchi neri non rotanti (di Schwarzschild)	6
1.1.2 Buchi neri rotanti	6
1.2 Moto attorno ad un buco nero	8
1.2.1 Ultima orbita stabile	8
1.2.2 Precessione apsidale	9
1.2.3 Precessione di Lense-Thirring	10
1.3 I buchi neri come fonte di energia	11
1.3.1 Il limite di Eddington	12
2 Buchi neri supermassicci	15
2.1 Relazioni di scala	15
2.2 I Nuclei Galattici Attivi - AGN	20
2.2.1 Classificazione degli AGN	20
2.2.2 Misure della massa dei SMBH negli AGN	24
2.2.3 Emissione del “motore centrale”	26
2.2.4 Misure di spin del SMBH	27
2.3 L’argomento di Soltan	28
3 Buchi neri di massa stellare	31
3.1 Geometria di Roche e punti Lagrangiani	31
3.2 Emissione dal disco in un XRB	34
3.3 Stati spettrali delle XRB	34
3.4 Quasi Periodic Oscillations (QPO)	36
3.4.1 Interpretazione delle QPO in base alla precessione relativistica	37
3.5 Altre misure di spin nelle XRB	38
4 Fenomeni transienti in sistemi con buchi neri	41
4.1 Tidal Disruption Events	41
4.1.1 Il raggio mareale	41
4.1.2 Caratteristiche orbitali delle stelle distrutte	42
4.1.3 Il processo di distruzione	42
4.1.4 Il tasso di fallback	44
4.1.5 Separazione di sistemi binari per effetto mareale	46
4.2 Introduzione alle onde gravitazionali e alle loro sorgenti	48

4.2.1	Definizioni matematiche	48
4.2.2	Calcolo dello strain da masse in movimento	49
4.2.3	Emissione di onde gravitazionali da un sistema binario	50
4.2.4	Rivelatori di onde gravitazionali	51
4.2.5	Potenza totale emessa e decadimento della binaria	53

Indice		55
--------	--	-----------