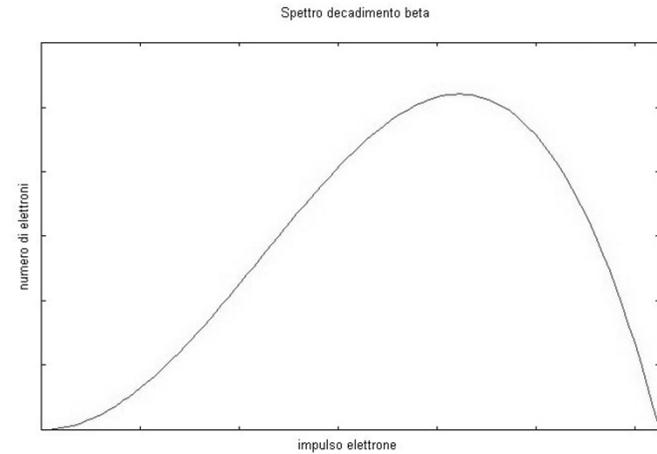
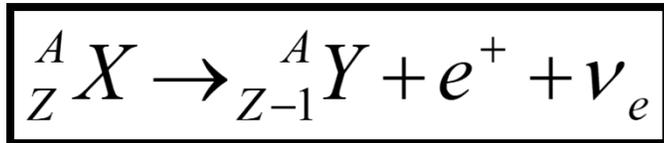
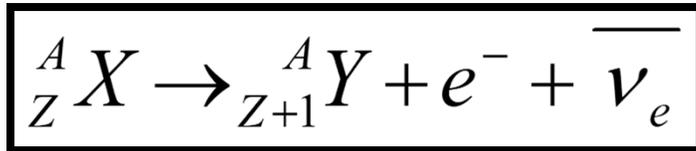


I neutrini solari (parte 1)

**Corso di Introduzione all'astrofisica
Anno accademico 2019-2020
Barbara Caccianiga**

Cos'è il neutrino?

- **Introdotta da Pauli nel 1930 per spiegare lo spettro continuo dei decadimenti β^- e β^+ ;**



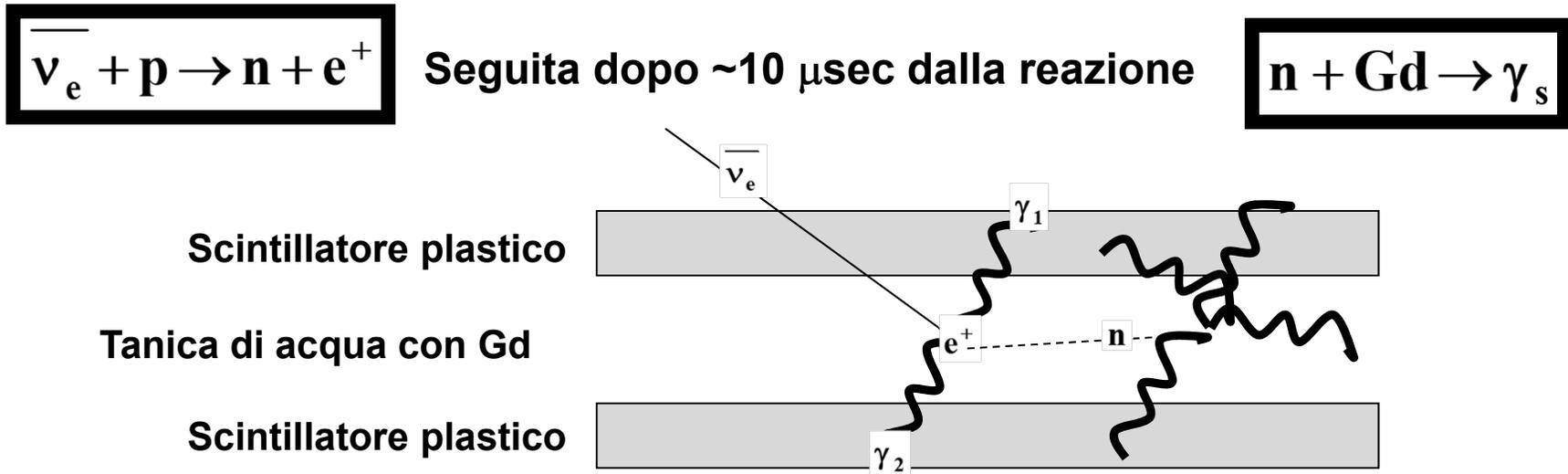
- **La particella così introdotta deve avere**
 - Carica 0 (perché la carica sia conservata nel decadimento);
 - Massa piccola, al limite nulla;
- **Alcuni anni dopo (1934) E. Fermi elabora il quadro teorico che descrive le cosiddette “interazioni deboli”, delle quali il decadimento β è un esempio;**
- **Successivamente, viene elaborato da Glashow-Salam-Weinberg il cosiddetto Modello Standard delle interazioni deboli che riunisce in un’unica teoria interazioni elettromagnetiche e deboli;**

Una particella elusiva....

- **Nell'ambito del Modello Standard delle interazioni deboli il neutrino ha le seguenti caratteristiche:**
 - Ha carica nulla;
 - E' un fermione (cioe' ha $spin=1/2$);
 - Puo' essere di tre sapori diversi: elettronico, muonico e tauonico (ν_e, ν_μ, ν_τ) che formano altrettanti doppietti con i rispettivi leptoni carichi (e^\pm, μ^\pm, τ^\pm);
 - Ha massa nulla;
 - Interagisce esclusivamente tramite interazioni deboli;
- **Quest'ultimo fatto rende il neutrino particolarmente difficile da rivelare, in quanto le interazioni deboli hanno sezioni d'urto estremamente piccole;**
- **Il neutrino viene rivelato sperimentalmente solo negli anni '50 dall'esperimento di Cowan e Reines;**

Esperimento di Cowan-Reines

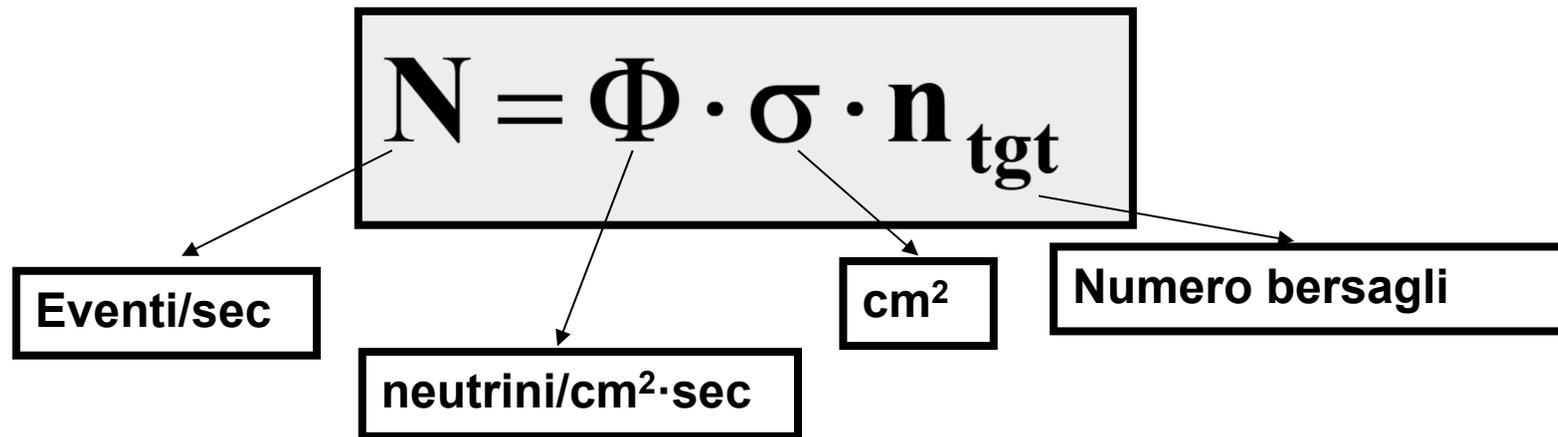
- Ha fornito la prima evidenza sperimentale dell'esistenza dei neutrini (1956);
- Si e' svolto in una stanza sotterranea al di sotto del reattore di Savannah River;
- Ha rivelato gli anti-neutrini del reattore ($\Phi \sim 4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$) tramite la reazione



- Quando un anti-neutrino interagisce si verificano quindi due eventi in sequenza, separati da una distanza temporale precisa
- Questo permette una chiara identificazione del segnale e una sicura riduzione del fondo;
- Tecnica delle coincidenze ritardate usata comunemente nella fisica nucleare;

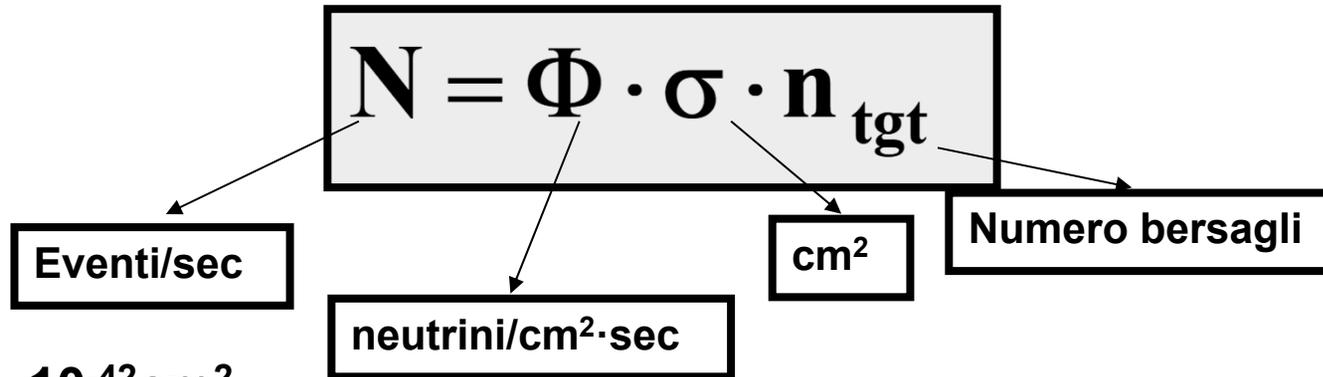
Elusivo = difficile da rivelare

- Il numero di interazioni (ovvero il numero di volte in cui il neutrino viene “rivelato”) e' pari a



- Siccome σ e' piccola ($\sim 10^{-38}$, 10^{-45} cm² a seconda della reazione) per avere un numero di interazioni sufficiente e' necessario che n_{tgt} sia grande;
- Per fare un paragone: le σ nucleari sono $\sim 10^{-24}$ cm² (1 barn)!
- **SONO NECESSARI RIVELATORI CON GRANDI MASSE** (parliamo di masse da 1000 a 10000 tonnellate!)

Che tasso di interazione aveva l'esperimento di Cowan-Reines?



- $\sigma_{e'} \sim 10^{-42} \text{cm}^2$
- $\Phi \sim 10^{12} \text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1}$
- N_{tgt} ? Dipende ovviamente dalla massa di H_2O ;
- Se $M_{\text{H}_2\text{O}} \sim 50 \text{ litri} \sim 50 \text{Kg} = 5 \times 10^4 \text{ g}$;
- Peso molecolare dell'acqua $A = 18 \rightarrow$ una mole di acqua = 18g;
- In 50 litri di H_2O ci sono $M_{\text{H}_2\text{O}}/A = 5 \times 10^4 \text{ g} / 18 \text{ g} \sim 3 \times 10^3 \text{ moli}$;
- In 1 mole di sostanza c'è un numero di atomi/molecole = $N_A = 6 \times 10^{23}$;
- $N_{tgt} = N_{\text{protoni}} = 2 \times 3 \times 10^3 \text{ moli} \times 6 \times 10^{23} = 3.6 \times 10^{27}$

Tasso di int = $10^{12} \text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1} \times 10^{-42} \text{cm}^2 \times 3.6 \times 10^{27} = 3.6 \times 10^{-3} \text{ ev/sec} = 311 \text{ ev/giorno}$

Elusivo e' bello!

Paradossalmente proprio il fatto che il neutrino interagisca così debolmente con la materia e' una caratteristica che lo rende più interessante da un punto di vista astrofisico

- Mentre altre particelle di origine astrofisica rimangono intrappolate, o possono propagarsi solo lentamente, i neutrini sono in grado di sfuggire e raggiungere la terra "velocemente";**

Per es.: I neutrini prodotti nel centro del sole raggiungono la terra in soli 8 minuti di volo, fornendoci così informazioni sulle reazioni nucleari nel sole "in tempo reale". I fotoni emessi allo stesso tempo nel centro del sole, impiegano circa 10^5 anni per raggiungere la terra!

- Il fatto che i neutrini abbiano carica nulla e momento magnetico molto piccolo fa sì che si propaghino in linea retta anche in presenza di forti campi magnetici;**

Puntano alla sorgente che li ha prodotti e possono quindi fornire meglio di qualunque altra particella informazioni su dove nell'Universo avviene la produzione e accelerazione di particelle;

Il problema del “fondo”

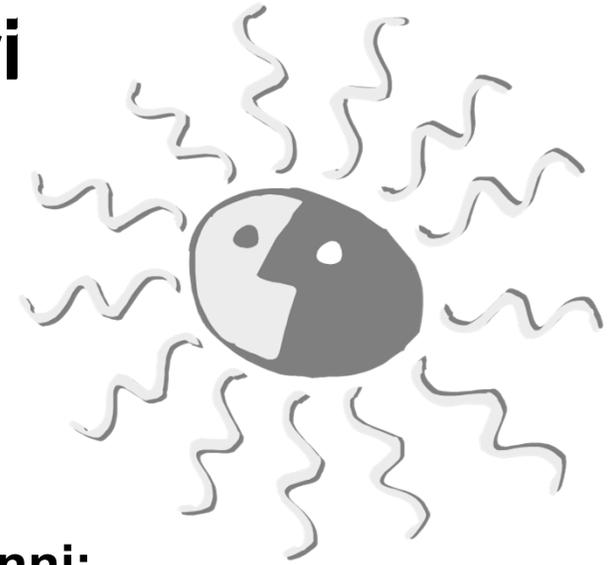
- Anche avendo a disposizione grandi masse di rivelatore il numero di interazione che solitamente si riescono a ottenere e' comunque basso (al massimo ~qualche decina di eventi al giorno);
- Data l'esiguita' del segnale di neutrino, e' necessario evitare che venga sopraffatto da segnali spurii indotti da particelle di altra natura;
- In altre parole bisogna fare in modo che il rapporto **SEGNALE/RUMORE** sia il piu' alto possibile;
- A seconda della reazione che si usa per rivelare i neutrini e della regione di energia dei neutrini che si vogliono rivelare, i tipo di “fondo” (“rumore”) piu' fastidiosi possono essere diversi;
- Fra i piu' comuni ricordo:

Laboratori sotterranei per schermare i raggi cosmici

Accurata selezione dei materiali in termini di radiopurezza

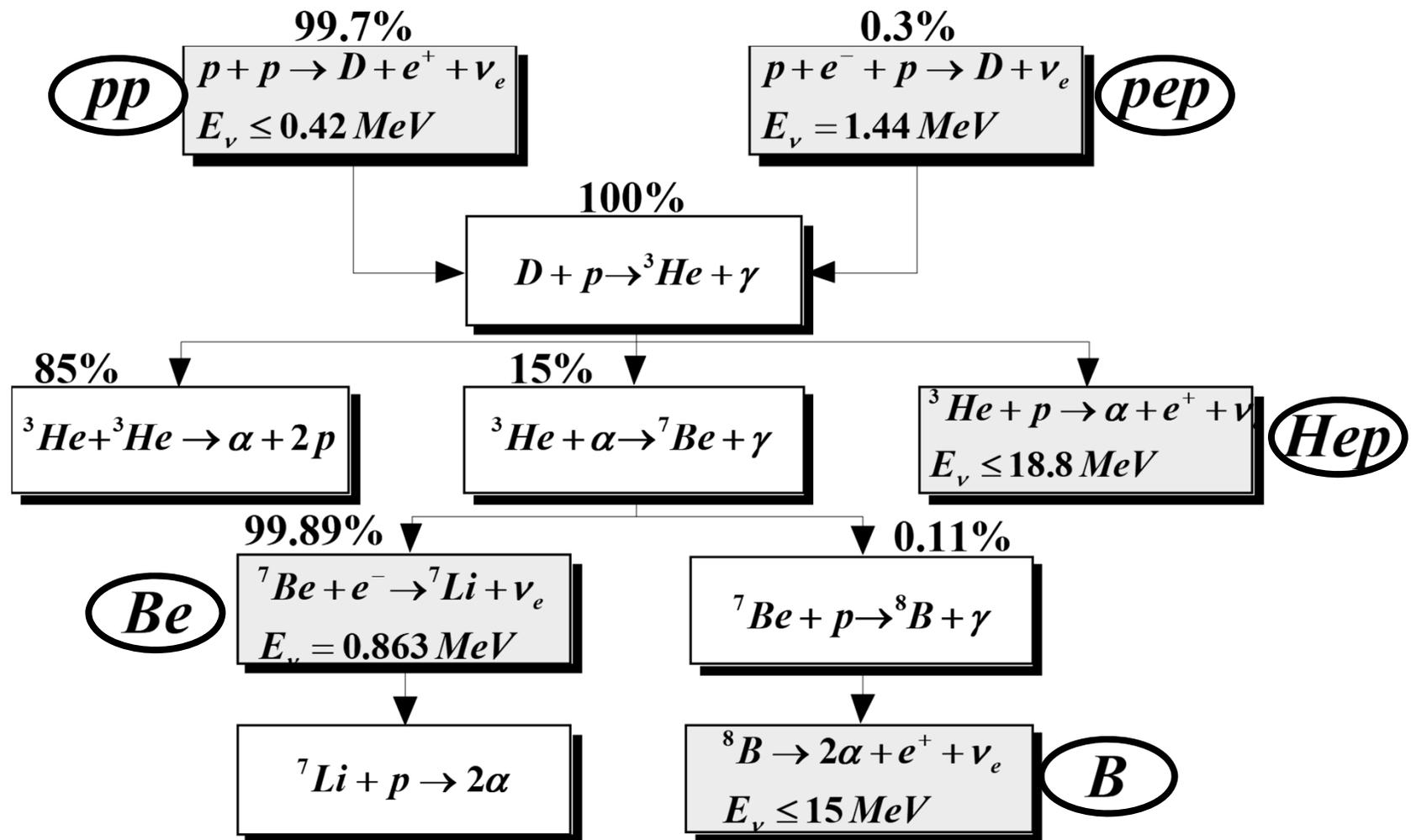
Neutrini solari

Neutrini solari



- **Come fa il sole a produrre neutrini?**
 - **Che energia hanno?**
 - **Quanti sono?**
 - **Come si possono rivelare?**
-
- **Il sole e' in vita da circa 4.5 miliardi di anni;**
 - **Il Modello Solare Standard prevede che il sole si sostenti grazie alle reazioni che producono He a partire da nuclei di H;**
 - **La pressione generata da queste reazioni dall'interno verso l'esterno controbilancia la pressione gravitazionale dall'esterno verso l'interno che porterebbe il sole a collassare in pochissimo tempo (equilibrio idrostatico);**
 - **La sequenza di reazioni che maggiormente contribuiscono e' denominata "Ciclo protone-protone";**
 - **La bassa sezione d'urto delle interazioni deboli che ne fanno parte e' responsabile del fatto che il sole bruci lentamente e non esploda immediatamente dopo la formazione.**

Il ciclo protone-protone $4p \rightarrow \alpha + 2e^+ + 2\nu_e$ $E=26\text{MeV}$

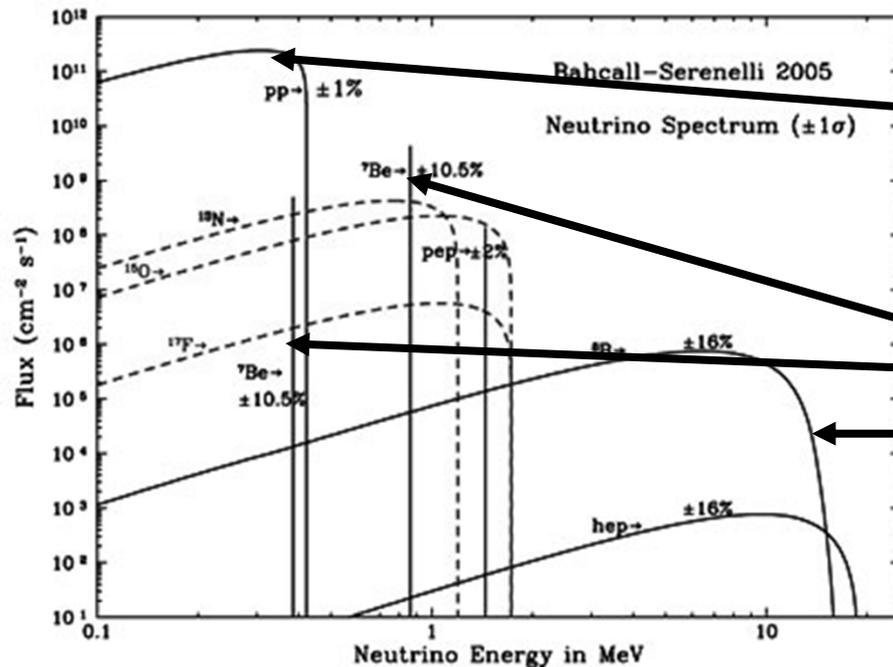


•La luminosita' del sole e' $L_\odot = 3.92 \cdot 10^{26} \text{ Watts} = 2.4 \cdot 10^{39} \text{ Mev/sec}$

•La luminosita' in neutrini e' circa il 2% di quella in fotoni;

Previsioni del Modello Solare Standard

- Il flusso totale di neutrini previsto sulla terra e' $\Phi_\nu = 6.5 \cdot 10^{10} \nu/\text{sec} \cdot \text{cm}^2$;
- Il Modello Solare Standard prevede il contributo delle singole sorgenti di neutrino;

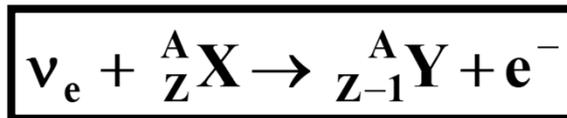


Sorgente	E_ν (MeV)	Flusso ($\text{cm}^{-2}\text{s}^{-2}$)
pp	0 - 0.42	<u>$5.99 \cdot 10^{10} (1 \pm 0.01)$</u>
pep	1.44	$1.42 \cdot 10^8 (1 \pm 0.01)$
hep	0 - 18.8	$7.93 \cdot 10^3 (1 \pm 0.15)$
<u>^7Be</u>	<u>$0.86(90\%) - 0.38(10\%)$</u>	<u>$4.48 \cdot 10^9 (1 \pm 0.09)$</u>
<u>^8B</u>	<u>0 - 14.06</u>	<u>$5.69 \cdot 10^6 (1 \pm 0.13)$</u>
^{13}N	0 - 1.2	$3.07 \cdot 10^8 (1 \pm 0.20)$
^{15}O	0 - 1.7	$2.33 \cdot 10^8 (1 \pm 0.23)$
^{17}F	0 - 1.7	$5.84 \cdot 10^6 (1 \pm 0.25)$

- L'energia media dei neutrini solari e' $< 1\text{MeV}$;

Come si rivelano i neutrini solari?

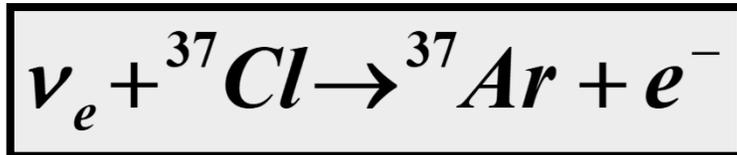
- **Le tecniche di rivelazione dei neutrini solari si possono sostanzialmente dividere in due grandi categorie:**
- **Esperimenti RADIOCHIMICI**
 - I neutrini inducono una reazione che produce dei nuclei di un isotopo radioattivo caratteristico Y:



- Periodicamente (~qualche mese), vengono raccolti con tecniche radiochimiche i nuclei radioattivi prodotti Y e vengono contati (sfruttando il fatto che sono radioattivi);
- **Esperimenti in TEMPO REALE**
 - I neutrini interagiscono producendo particelle secondarie che vengono rivelate immediatamente;
 - Con questa categoria di esperimenti e' possibile non solo contare i neutrini che hanno interagito, ma eventualmente misurarne l'energia e/o la direzione;

Esperimenti radiochimici: Homestake

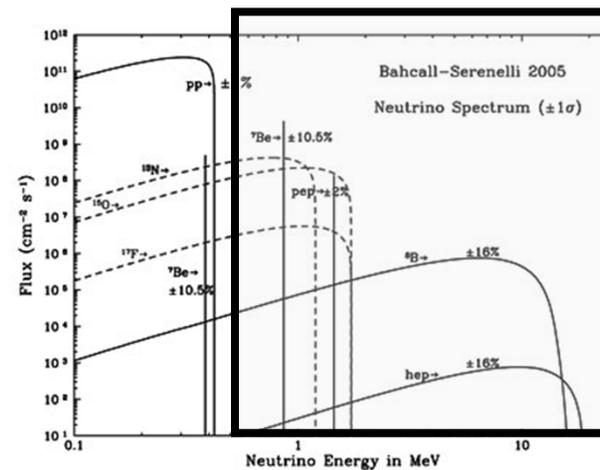
- Homestake e' stato costruito in una miniera d'oro in South Dakota (1.5Km di profondita');
- E' cominciato all'inizio degli anni '60 e ha preso dati ininterrottamente per piu' di 30 anni;
- E' essenzialmente una grossa tanica contenente 615 t di C_2Cl_4 (percloroetilene);
- Sfrutta la reazione:



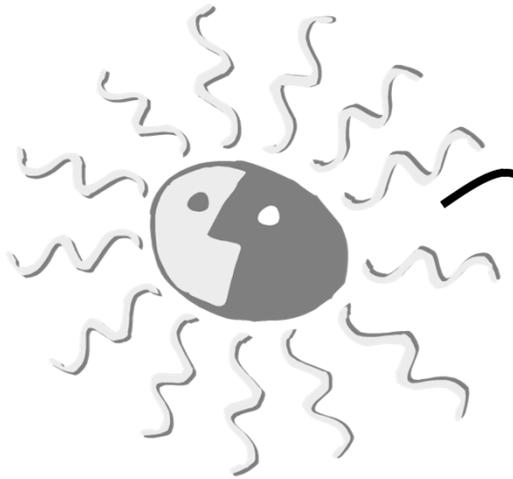
$$E_{th} = 810 \text{ KeV}$$

$$\sigma \approx 10^{-46} - 10^{-45} \text{ cm}^2$$

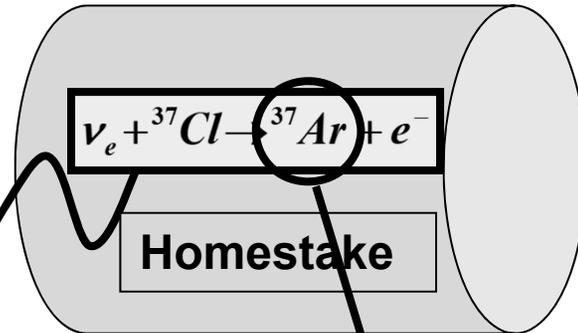
- Si noti che:
- La reazione ha una soglia, ovvero un'energia minima che il ν_e deve avere per interagire → non tutti i neutrini solari vengono rivelati;
- Per es. Non e' sensibile ai neutrini del pp



- La reazione e' sensibile esclusivamente ai neutrini elettronici (ma teoricamente tutti i neutrini solari sono elettronici!)



ν_e



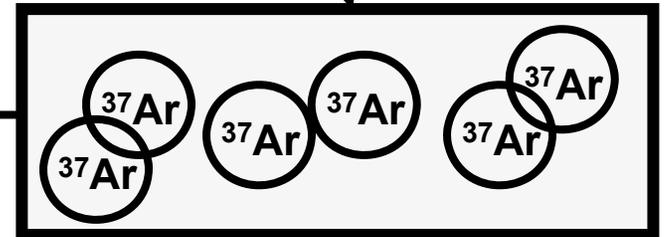
Homestake Chlorine Experiment

L'esperimento e' estremamente difficile: viene prodotto 1 atomo di ${}^{37}\text{Ar}$ ogni due giorni!!

E' importantissimo tenere sotto controllo le sistematiche (per es. efficienza di raccolta dell'Ar)

Gli atomi di ${}^{37}\text{Ar}$ vengono estratti una volta ogni 1-3 mesi facendo bubbolare He nella tanica

Vengono immessi in contatori proporzionali per vedere l'elettrone Auger prodotto quando decadono ($\tau=35$ giorni)

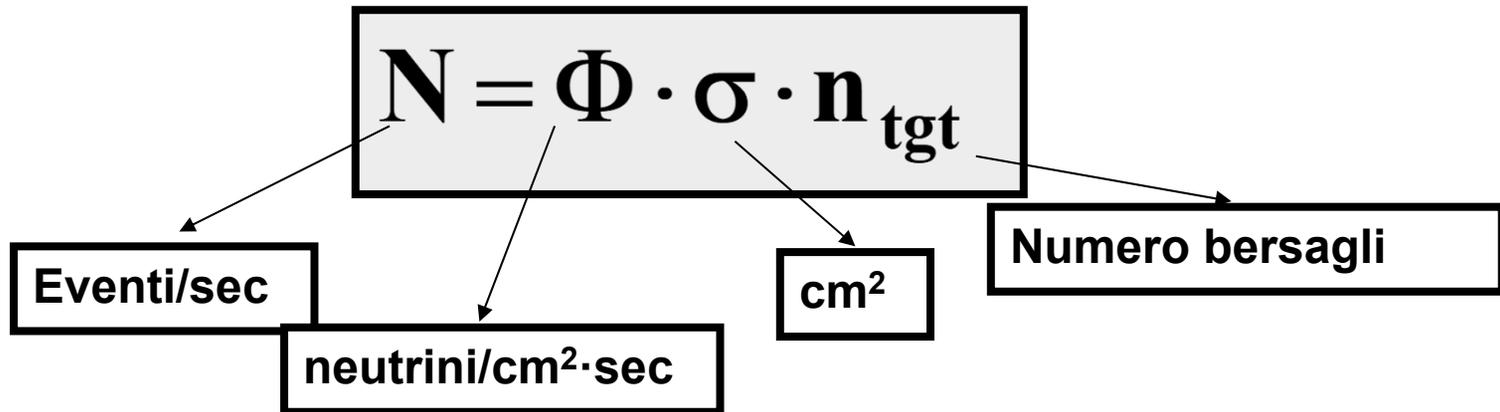


I risultati di Homestake

- Homestake trova un flusso di neutrini pari a 0.5 neutrini al giorno contro i ~1.5 neutrini al giorno previsti dal Modello Solare Standard;
- Il fondo e' principalmente dovuto a muoni cosmici residui che producono ^{37}Ar interagendo con il Cl. Si stima che 1 nucleo di Ar su 6 sia dovuto a questo processo e non a interazione di neutrino;
- Utilizzando le Solar Neutrino Units (SNU)
 $\Phi = (2.6 \pm 0.2) \text{ SNU}$
- La previsione
 $\Phi = (7.9 \pm 2.6) \text{ SNU}$



Cos' e' uno SNU (Solar Neutrino Unit)?

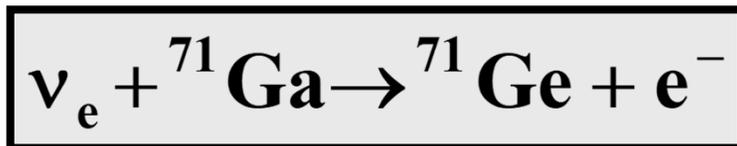


$$\frac{N}{n_{tgt}} = \Phi \cdot \sigma$$

- 1 SNU = 10^{-36} Eventi/sec/tgt;

Esperimenti radiochimici: Gallex/GNO

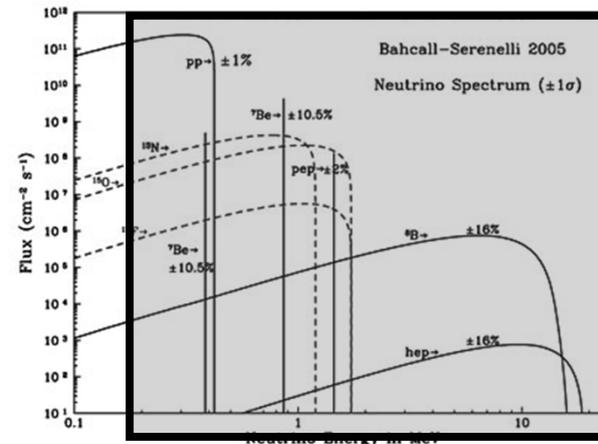
- Gallex e' stato costruito nei Laboratori sotterranei del Gran Sasso in Abruzzo (~1.5Km di profondita');
- Ha preso dati dal 1990 al 2004;
- E' essenzialmente una grossa tanica contenente 30 t di Ga sotto forma di GaCl₃-HCl (100 t);
- Sfrutta la reazione:



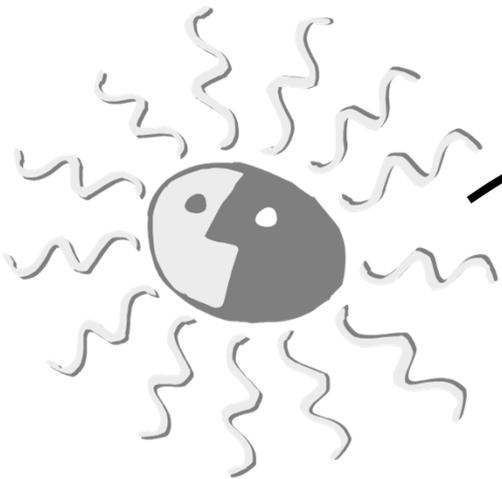
$$E_{\text{th}} = 233 \text{ keV}$$

$$\sigma \approx 10^{-45} - 10^{-44} \text{ cm}^2$$

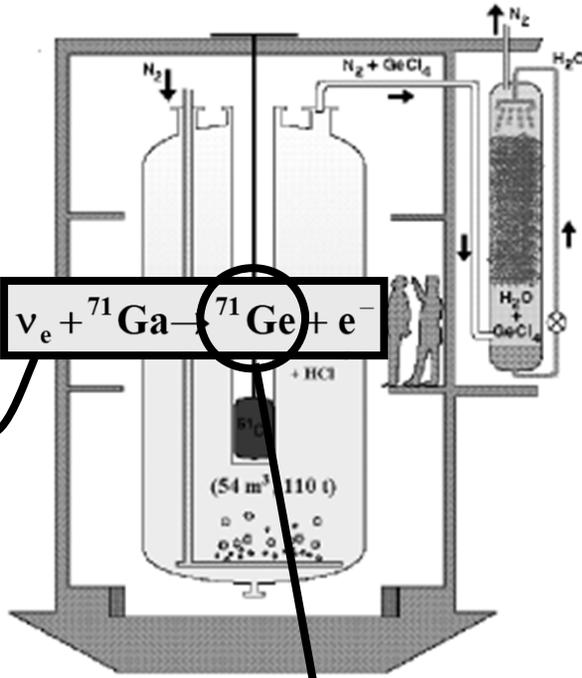
- Si noti che:
- A differenza di Homestake, Gallex e' in grado di rivelare almeno in parte i neutrini del pp



- La reazione e' sensibile esclusivamente ai neutrini elettronici (ma teoricamente tutti i neutrini solari sono elettronici!)



ν_e



^{71}Ge Production Rate [atoms/day]

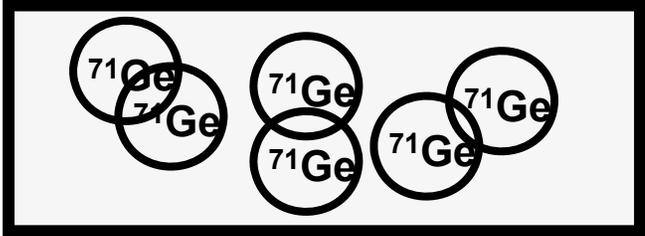
L'esperienza e' estremamente difficile: viene prodotto meno di 1 atomo di ^{71}Ge al giorno!!

E' importantissimo tenere sotto controllo le sistematiche (per es. efficienza di raccolta dell'Ge)

Solar Neutrino Units [SNU]

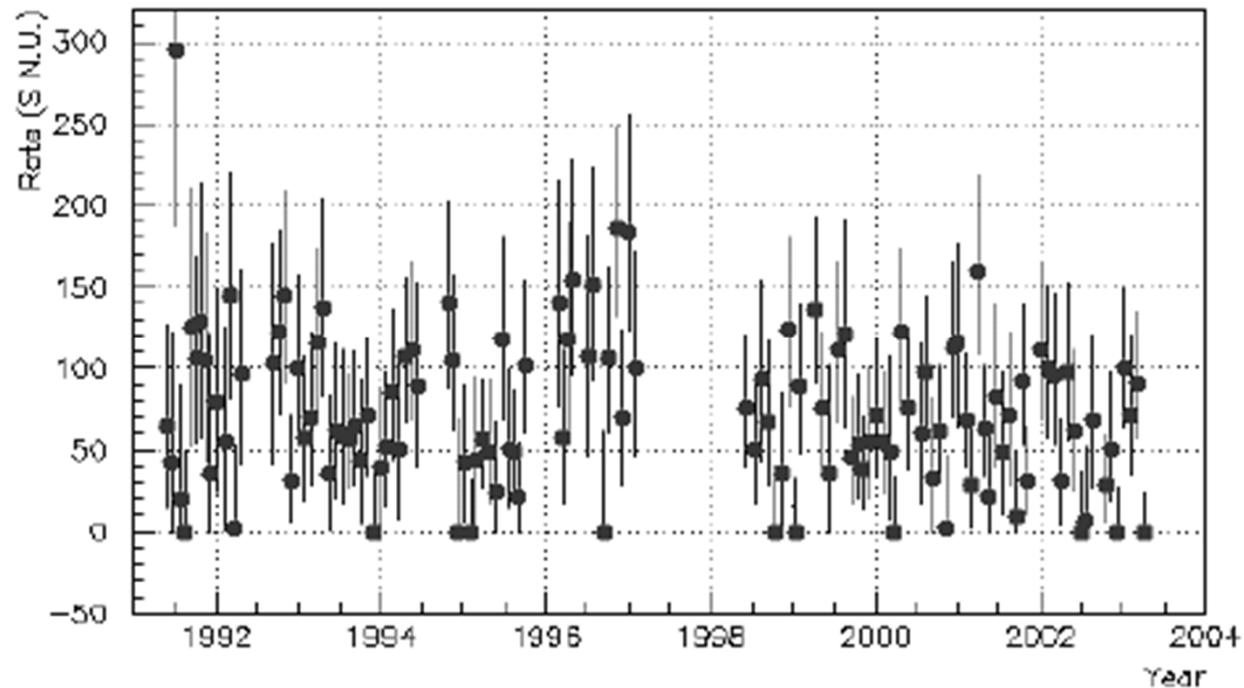
Gli atomi di ^{71}Ge (sottoforma di composto volatile GeCl_4) vengono estratti una volta al mese facendo bubbolare N_2 nella tanica

Vengono immessi in contatori proporzionali per vedere i raggi x prodotti quando decadono ($\tau=11$ giorni)



I risultati di Gallex/GNO

- Gallex trova un flusso di meno di 1 neutrino al giorno ~ la meta' del valore atteso;
- Usando le Solar Neutrino Units $\Phi = 69.3 \pm 4.1(\text{stat}) \pm 3.6(\text{sys})\text{SNU}$
- Il valore atteso e' invece $\Phi = 129^{+8}_{-6}\text{SNU}$



Valutazione di eventuali sistematiche

- **Per valutare l'efficienza di raccolta del Ge**
- E' stata iniettata una quantita' nota di ^{71}As ;
- ^{71}As decade in ^{71}Ge ;
- E' stato possibile fare questo test solo alla fine per non contaminare il rivelatore con As;
- **RISULTATO: efficienza=(100±1)%**

- **Per valutare l'efficienza globale alla rivelazione di ν**
- E' stata inserita una sorgente di ^{51}Cr (attivita'=1.6MCi)
- La sorgente produce neutrini elettronici di energia < 1 MeV tramite il decadimento
- $^{51}\text{Cr} + e^- \rightarrow ^{51}\text{V} + \nu_e$ E=750keV (90%) E=430 keV (10%)
- **RISULTATO: efficienza= 95 ± 8%**

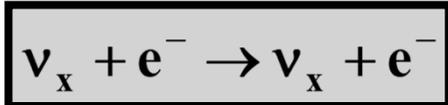
**Ne segue che il deficit di neutrini osservato e' REALE
non e' dovuto a problemi sperimentali**

Riassumendo

- **Gli esperimenti radiochimici (Homestake, Gallex/GNO, Sage) hanno fornito la prima misura del flusso di neutrini proveniente dal sole;**
- **Homestake e' sensibile a tutte le sorgenti di neutrino a parte pp e vede circa 1/3 del flusso atteso;**
- **Gallex/GNO e Sage sono sensibili a tutte le sorgenti di neutrino incluso il pp e vedono circa 1/2 del flusso atteso;**
- **La tecnica radiochimica impiegata da questi esperimenti NON consente di avere un'indicazione sull'energia e sulla direzione dei neutrini; rende inoltre difficile valutare eventuali variazioni stagionali e/o giorno/notte del flusso.**
- **Questi esperimenti hanno permesso in ogni caso di evidenziare il cosiddetto PROBLEMA DEL NEUTRINO SOLARE**

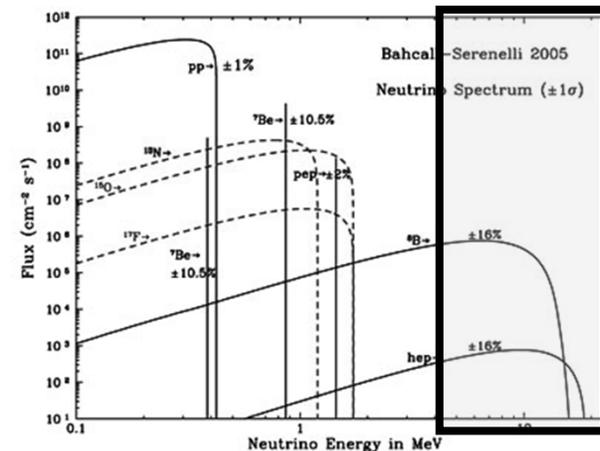
Esperimenti in tempo reale: Kamiokande....

- Costruito nella miniera di Kamioka (in Giappone);
- Scopo originario e' quello di studiare la vita media del protone (1984);
- Fisica dei neutrini solari dal 1988 al 1995;
- E' costituito da una grande tanica contenente 2000 tonnellate di H₂O;
- 1000 tubi fotomoltiplicatori;
- Sfrutta la reazione



$$\sigma \approx 10^{-43} \text{ cm}^2 \quad (E \approx 10 \text{ MeV})$$

- In questo caso la reazione non ha un energia minima di soglia MA
- La necessita' di ridurre il fondo radioattivo impone una soglia di ~7.5 MeV;

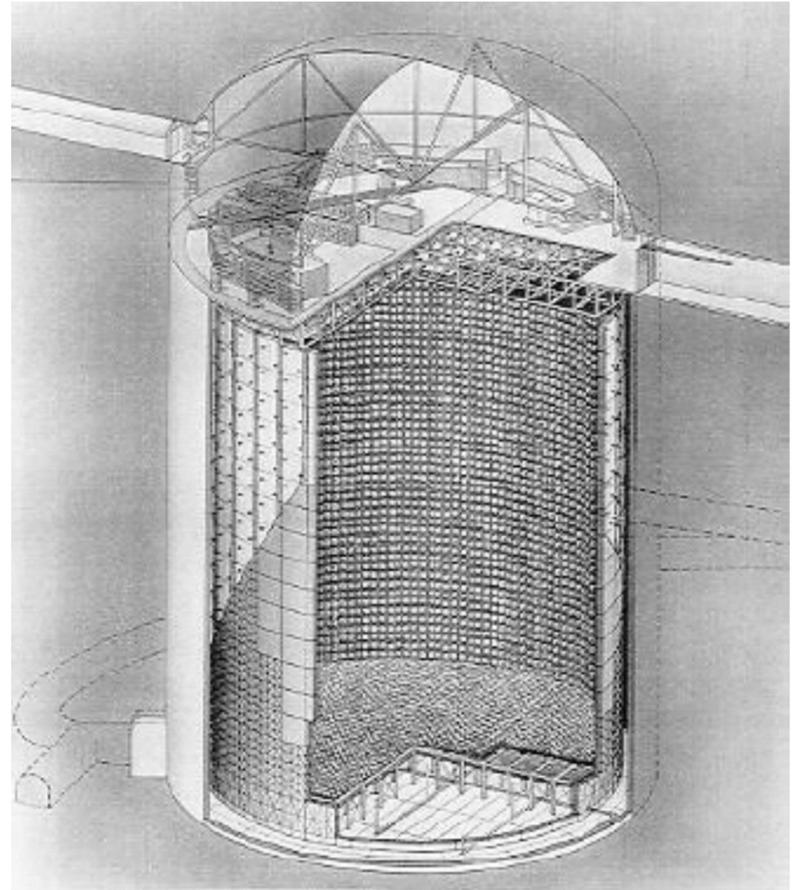


- Kamiokande e' sensibile solo ai ν da ⁸B;

Inoltre a differenza degli esperimenti radiochimici, e' sensibile a tutti i sapori di neutrino anche se con sezioni d'urto diverse

...e... SuperKamiokande

- E' una versione gigante di Kamiokande;
- Cilindro di $h=41\text{m}$; $d=40\text{m}$
- $V_{\text{tot}}=50000$ tonnellate;
- 11000 tubi fotomoltiplicatori;
- Ha cominciato a prendere dati nel 1996;
- Come Kamiokande e' sensibile solo ai neutrini di alta energia (${}^8\text{B}$);
- Sono in realta' riusciti ad abbassare la soglia da 7.5 a 5 MeV;

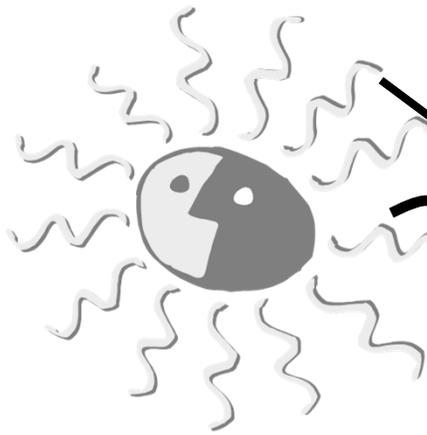


Istallazione dei fototubi (PMT) in SuperK: I fototubi venivano installati con l'uso di un battello, man mano che il rivelatore veniva riempito d'acqua si rendevano accessibili diverse zone del rivelatore.

Fototubo; $\varnothing=50\text{cm}$

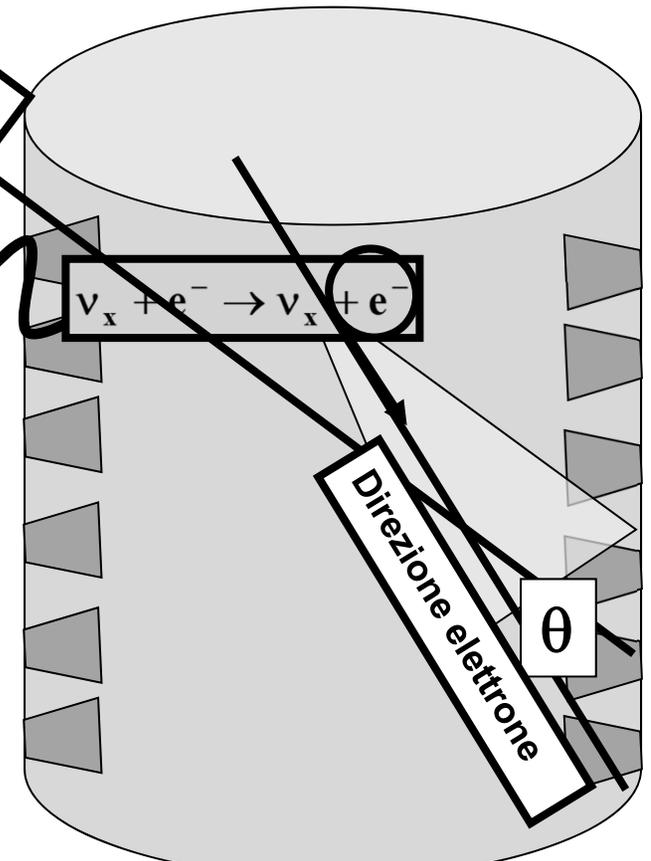


Come funzionano Kamiokande e SuperKamiokande?



Direzione sole-SuperK

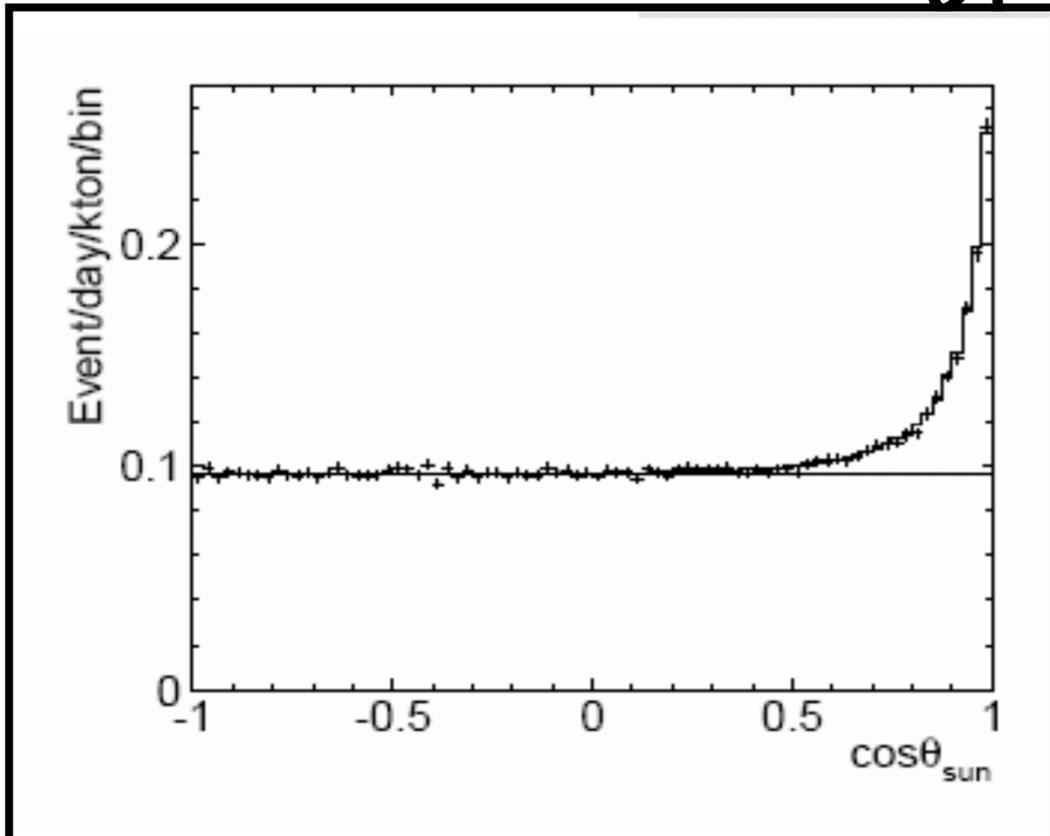
ν_x



Direzione elettrone

θ

SuperKamiokande



Event/day/kton/bin

0.2

0.1

0

-1

-0.5

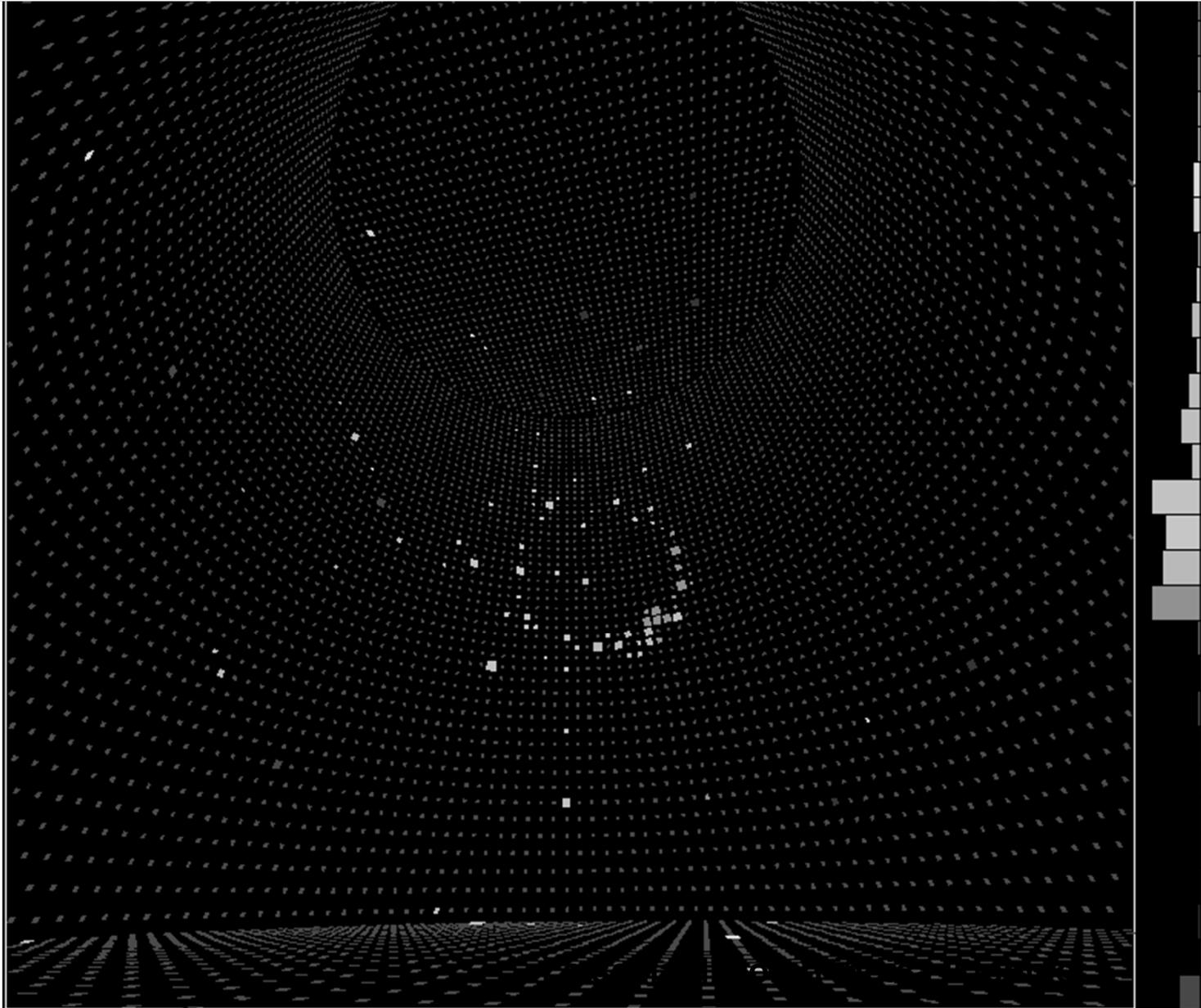
0

0.5

1

$\cos\theta_{\text{sun}}$

Esempio di evento di neutrino solare registrato in SuperK (12 Marzo 1998)

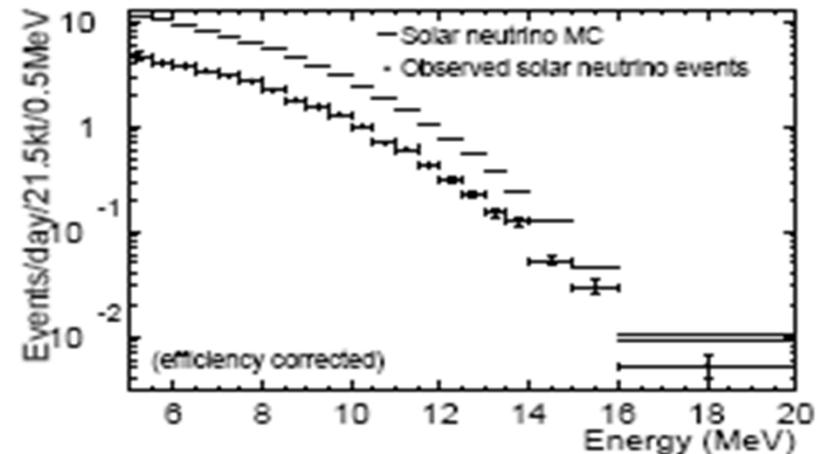


Risultati di Superkamiokande

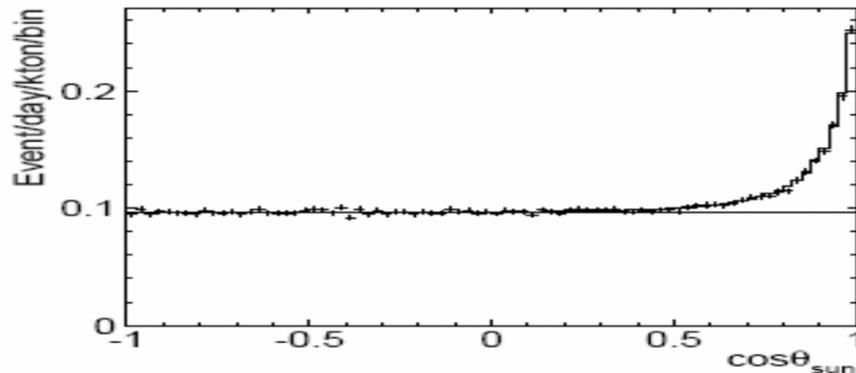
- SuperK e' in grado di:
 - Contare il numero di neutrini solari della sorgente ^8B ;
 - Misurare l'energia dell'elettrone uscente;
 - Misurare la direzione dell'elettrone uscente;
 - Valutare variazioni temporali del segnale di neutrino;

- Vede circa 15 neutrini al giorno;
- Corrispondenti a $\Phi = 2.35 \pm 0.02(\text{stat}) \pm 0.08(\text{sys}) \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$
- E' circa la meta' del flusso previsto!

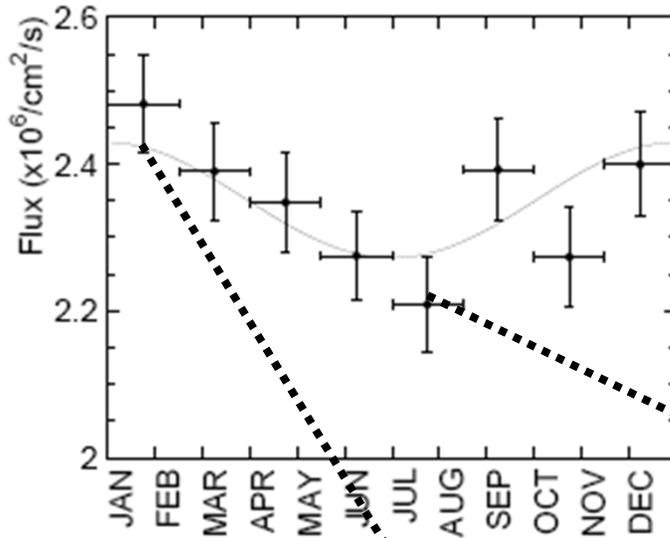
Risoluzione in Energia e' 14% a 10MeV;



Spettro compatibile con la forma attesa

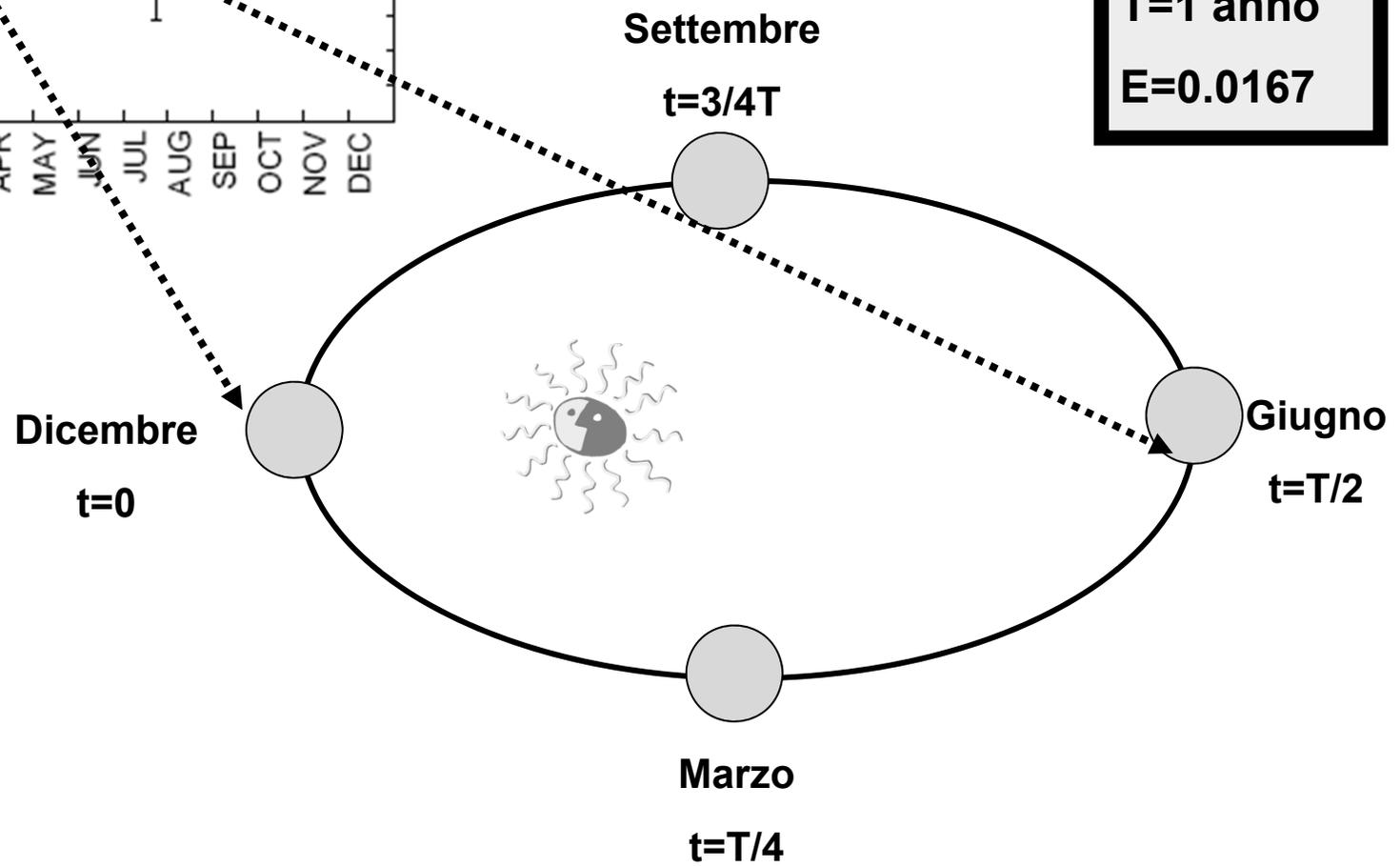


Misura delle variazioni stagionali del flusso di neutrini solari dovute all'eccentricità dell'orbita terrestre

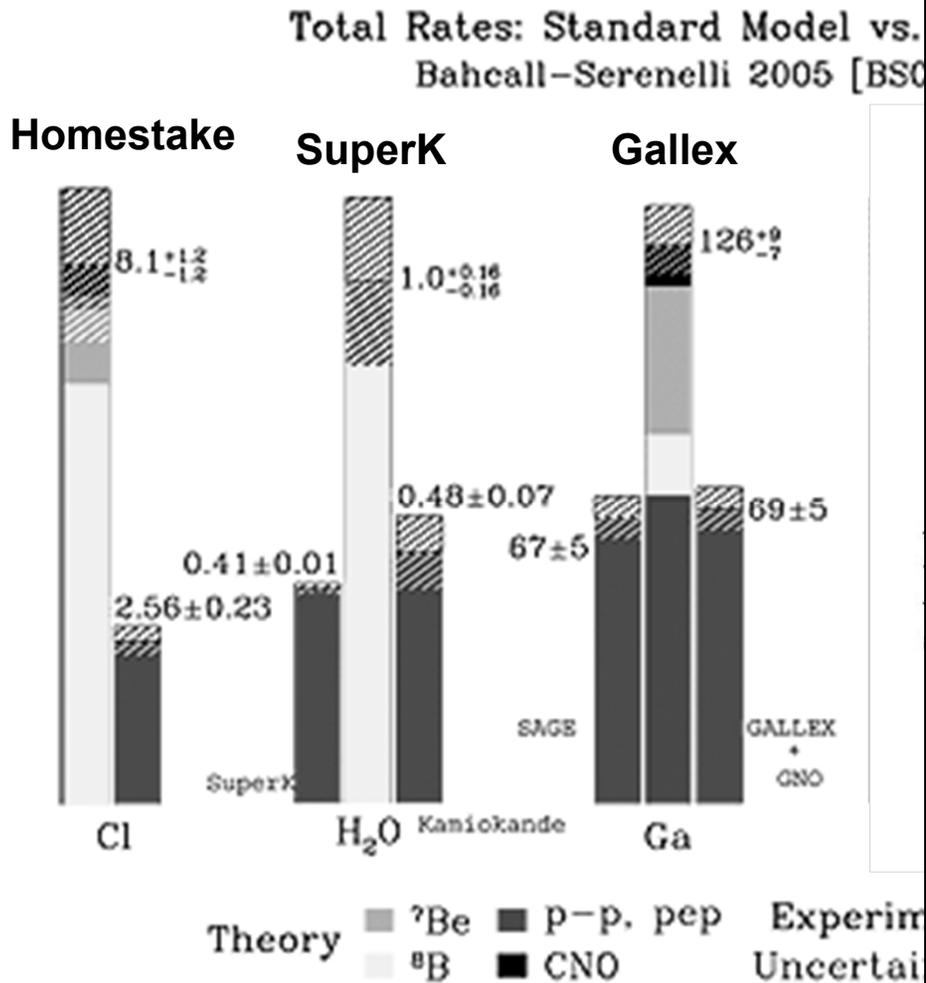


$$L(t) = L_0 \left(1 - \varepsilon \cos \frac{2\pi t}{T} \right)$$

$L_0 = 1 \text{ a.u.}$
 $T = 1 \text{ anno}$
 $E = 0.0167$



Riassumendo: il problema del neutrino solare



I 3 problemi del neutrino solare

- 1) Tutti gli esperimenti vedono un flusso significativamente inferiore a quello previsto (1/2 o 1/3);
- 2) I risultati di SuperK e Homestake sono inconsistenti fra di loro;
- 3) Gallex misura un flusso consistente con la sola sorgente pp (e' quella prevista con maggiore precisione in quanto direttamente legata alla luminosita' solare): non c'e' spazio per gli altri tipi di neutrino;

**QUAL'E' LA SOLUZIONE DEL PROBLEMA DEL
NEUTRINO SOLARE?**

La soluzione: oscillazioni di neutrino

CONCETTO BASE: gli autostati di neutrino delle interazioni deboli NON sono autostati di massa;

$$\nu^f = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$$

STATI DI SAPORE
Produzione e rivelazione dei ν

$$\nu^p = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

STATI DI MASSA
Propagazione dei ν

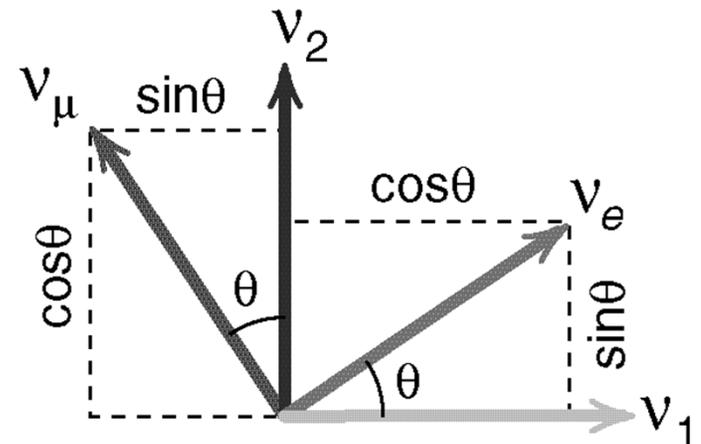
$$\nu^f = \mathbf{U} \nu^p$$

MATRICE DI MIXING

CASO A DUE SAPORI:

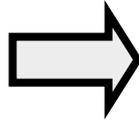
$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Angolo di mixing



Propagazione nel vuoto

$$\mathbf{v}^f = \mathbf{U} \mathbf{v}^p$$



$$\begin{aligned} | \nu_e \rangle &= \cos \vartheta | \nu_1 \rangle + \sin \vartheta | \nu_2 \rangle \\ | \nu_\mu \rangle &= -\sin \vartheta | \nu_1 \rangle + \cos \vartheta | \nu_2 \rangle \end{aligned}$$

Suppongo di avere prodotto un ν_e al tempo $t=0$

$$| \nu_e \rangle = \cos \vartheta | \nu_1 \rangle + \sin \vartheta | \nu_2 \rangle$$

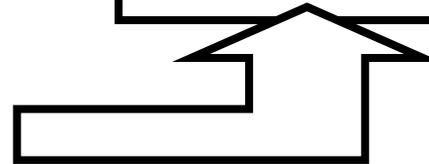
Dopo un tempo t avro':

$$| \nu_e, t \rangle = \cos \vartheta e^{-iE_1 t} | \nu_1 \rangle + \sin \vartheta e^{-iE_2 t} | \nu_2 \rangle$$

Noto che nell'ipotesi ultrarelativistica:

$$m_i \ll E_i \Rightarrow E_i \cong |\vec{p}| + \frac{m_i^2}{2|\vec{p}|}$$

Ecco dove entra la massa! E' quella che "disallinea" i due autostati. Se fosse =0 non si avrebbero oscillazioni!



Allora la probabilita' di avere un $| \nu_e, t \rangle$ venga rivelato come ν_μ e' data da:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \left| \langle \nu_e, t | \nu_\mu, 0 \rangle \right|^2 = \langle \nu_e, t | \nu_\mu \rangle \langle \nu_e, t | \nu_\mu \rangle^*$$

$$| \nu_e, t \rangle = \cos \vartheta e^{-iE_1 t} | \nu_1 \rangle + \sin \vartheta e^{-iE_2 t} | \nu_2 \rangle$$

$$| \nu_\mu, 0 \rangle = -\sin \vartheta | \nu_1 \rangle + \cos \vartheta | \nu_2 \rangle$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \langle \nu_e, t | \nu_\mu, 0 \rangle \langle \nu_e, t | \nu_\mu, 0 \rangle^* =$$

$$= \left[-\cos \theta \sin \theta e^{-iE_1 t} + \sin \theta \cos \theta e^{-iE_2 t} \right] \cdot \left[-\cos \theta \sin \theta e^{+iE_1 t} + \sin \theta \cos \theta e^{+iE_2 t} \right] =$$

$$= 2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta - \cos^2 \theta \sin^2 \theta \left[e^{-i(E_1 - E_2)t} + e^{+i(E_1 - E_2)t} \right] =$$

$$= 2 \left(\frac{\sin 2\theta}{2} \right)^2 - 2 \left(\frac{\sin 2\theta}{2} \right)^2 \cos(E_1 - E_2)t =$$

$$= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta [1 - \cos(E_1 - E_2)] = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{(E_1 - E_2)t}{2} = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta E}{2c} L$$

Usando le formule

$$2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$$

$$\frac{e^{-i\theta} + e^{+i\theta}}{2} = \cos 2\theta$$

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} = \sin \theta / 2$$

Ricordando che:

$$E_1 - E_2 = \Delta E = \sqrt{p^2 + m_1^2} - \sqrt{p^2 + m_2^2} = p \left(\sqrt{1 + \frac{m_1^2}{p^2}} - \sqrt{1 + \frac{m_2^2}{p^2}} \right) \approx$$

$$\approx p \left[1 - \frac{m_1^2}{2p^2} - 1 + \frac{m_2^2}{2p^2} \right] = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p^2} \approx \frac{\Delta m^2}{2E}$$

Si ottiene:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\theta \sin^2 2.48 \frac{\pi L}{E} \Delta m^2 = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi L}{L_{osc}}$$

$$\text{dove } L_{osc} = 2.48 \left(\frac{E}{\text{MeV}} \right) \left(\frac{eV^2}{\Delta m^2} \right)$$

Oscillazioni nel vuoto: riassumendo

I neutrini elettronici prodotti all'interno del sole possono subire una trasformazione nel loro percorso verso la terra e trasformarsi in neutrini di altri sapori;

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi L}{L_{\text{osc}}}$$

dove $L_{\text{osc}} = 2.48 \left(\frac{E}{\text{MeV}} \right) \left(\frac{\text{eV}^2}{\Delta m^2} \right)$

La probabilita' di oscillazione dipende da:

- L'angolo di mixing θ ;
- L'energia del neutrino E ;  **Nota!!**
- Il percorso compiuto L ;  **Noto!!**
- La differenza del quadrato delle masse dei neutrini $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$;

Nell'ipotesi di oscillazione nel vuoto, dai risultati sperimentali e' possibile ricavarsi l'angolo di mixing θ e Δm^2 !

Oscillazioni nella materia

- Quando un neutrino si propaga nella materia e non nel vuoto il termine di propagazione degli autostati di massa cambia un po';
- Vale ancora che

Se ho prodotto un ν_e al tempo $t=0$

$$|\nu_e\rangle = \cos\vartheta |\nu_1\rangle + \sin\vartheta |\nu_2\rangle$$

Dopo un tempo t avro':

$$|\nu_e, t\rangle = \cos\vartheta e^{-iE_1 t} |\nu_1\rangle + \sin\vartheta e^{-iE_2 t} |\nu_2\rangle$$

In questo caso pero':

$$E_i \cong |\vec{p}| + \frac{m_i^2}{2|\vec{p}|} + U_{int}$$

- Dove U_{int} e' il potenziale che descrive le interazioni con la materia (in particolare con gli elettroni della materia);
- Questo termine "disallinea" ancora di piu' i neutrini, in quanto il ν_e , partner dell'elettrone, tendera' ad interagire maggiormente rispetto a ν_μ e ν_τ ;
- Si puo' dimostrare che esistono particolari condizioni di risonanza per le quali la probailita' di oscillazione e' favorita;
- La risonanza dipende dalla densita' del mezzo, dall'energia del neutrino e da Δm^2 ;

Oscillazioni nella materia: riassumendo

I neutrini elettronici prodotti all'interno del sole possono subire una trasformazione all'interno del sole stesso e trasformarsi in neutrini di altri sapori;

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\theta_M \sin^2 \frac{\pi L}{L_M}$$

$$\sin 2\theta_M = \frac{\sin 2\theta}{\sqrt{1 - \frac{2L_{osc} \cos 2\theta}{K} + \left(\frac{L_{osc}}{K}\right)^2}}$$

$$L_M = \frac{L_{osc}}{\sqrt{1 - \frac{2L_{osc} \cos 2\theta}{K} + \left(\frac{L_{osc}}{K}\right)^2}}$$

La probabilita' di oscillazione dipende da:

- L'angolo di mixing θ ;
- L'energia del neutrino E ; \leftarrow Nota!!
- Il percorso compiuto L ; \leftarrow Noto!!
- La differenza del quadrato delle masse dei ν
 $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$;
- La densita' ρ all'interno del sole; \leftarrow Nota!!

$$K = \frac{2\pi}{\sqrt{2} G_F N_e} = \frac{1.7 \times 10^7}{\rho \frac{Z}{A}} \text{ m}$$

Nell'ipotesi di oscillazione nella materia, dai risultati sperimentali e' possibile ricavarsi l'angolo di mixing θ e Δm^2 !

Riassumendo

- L'ipotesi di oscillazione del neutrino offre una elegante soluzione al problema del neutrino solare:

I 3 problemi del neutrino solare

- 1) Tutti gli esperimenti vedono un flusso significativamente inferiore a quello previsto (1/2 o 1/3);
- 2) I risultati di SuperK e Homestake sono inconsistenti fra di loro;
- 3) Gallex misura un flusso consistente con la sola sorgente pp (e' quella prevista con maggiore precisione in quanto direttamente legata alla luminosita' solare): non c'e' spazio per gli altri tipi di neutrino;

Le soluzioni

- 1) Parte dei ν_e oscillano in ν di altri sapori; gli esperimenti sono "ciechi" o "parzialmente ciechi" ai ν di altri sapori e quindi vedono un flusso minore del previsto;
- 2) Homestake e' "cieco" a ν_μ e ν_τ ; SuperK invece e' parzialmente cieco". Inoltre vedono neutrini di energie diverse e la probabilita' di oscillazione dipende dall'energia!
- 3) La probabilita' di oscillazione dipende dall'E; se e' minore per basse energie i neutrini da pp sono meno soppressi degli altri;

Confronto teoria/esperimenti

- Si noti che l'ipotesi di oscillazioni nel vuoto e oscillazioni nella materia sono in realta' due facce della stessa medaglia: si fondano sulla stessa base teorica e dipendono (seppur in modo diverso) dagli stessi parametri: dall'angolo di mixing θ e da Δm^2 ;
- L'analisi combinata dei risultati degli esperimenti descritti fino ad ora, Homestake, Gallex, Sage, Kamiokande e Superkamiokande seleziona diverse regioni possibili nello spazio dei parametri θ e Δm^2 ;

